ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE
PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION DU Dr TOULOUSE

BIBLIOTHÈQUE
D'ASTRONOMIE ET DE PHYSIQUE CÉLESTE

DIRECTEUR
J. MASCART

Les Observations Méridiennes

Tome Second

Corrections Instrumentales & Equations Personnelles

PAR
F. BOQUET

OCTAVE DOIN & FILS, EDITEURS, PARIS

L.M. TEQUEM
BOOKSELLER
PARIS 18 RUE SCRIBE
NEW YORK 15 BEAVER ST.

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE

PUBLIÉE SOUS LA DIRECTION

du Dr **TOULOUSE**, Directeur de Laboratoire à l'École des Hautes-Études.

Secrétaire général : **H. PIÉRON**, Agrégé de l'Université.

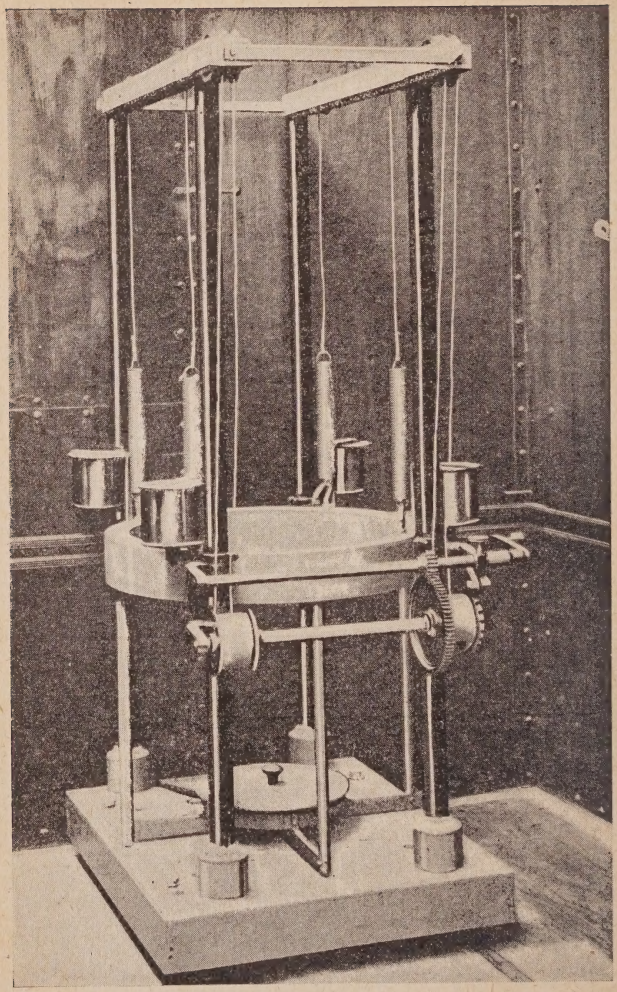
BIBLIOTHÈQUE D'ASTRONOMIE ET DE PHYSIQUE CÉLESTE

Directeur : **J. MASCART**

Astronome à l'Observatoire de Paris.

OBSERVATIONS MÉRIDIENNES

II



Bain de mercure (système M. HAMY).

LES

OBSERVATIONS MÉRIDIENNES

THÉORIE ET PRATIQUE

PAR

F. BOQUET

DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES
ASTRONOME DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS

TOME II

CORRECTIONS INSTRUMENTALES ET ÉQUATIONS PERSONNELLES

Avec 66 figures dans le texte.

PARIS

OCTAVE DOIN ET FILS, ÉDITEURS

8, PLACE DE L'ODÉON, 8

1909

Tous droits réservés.

105.35-0
4|10|10

ERRATA

P. 6, l. 24, *au lieu de :* c éc $\mathcal{D}$, *lire :* c séc $\mathcal{D}$.

P. 9, l. 13, *au lieu de :* $\left(\frac{df}{d\beta}\right)$, *lire :* $\left(\frac{df}{d\beta}\right)_0$.

P. 71, l. 17 et note, *au lieu de :* Fay, *lire :* Fayet.

P. 128, l. 9, *après* disposition, *supprimer le point.*

P. 181, l. 22, *au lieu de :* celle, *lire :* celles.

P. 252, l. 32 et p. 317, l. 1, *au lieu de:* Eastmann, *lire :* Eastman.

P. 288, l. 21, *au lieu de :* son, *lire :* sont.

P. 302, l. 3, *au lieu de :* la, *lire :* de.

LES

OBSERVATIONS MÉRIDIENNES

THÉORIE ET PRATIQUE

LIVRE III

L'ÉTAT DE L'INSTRUMENT

CHAPITRE I

LES DÉVIATIONS INSTRUMENTALES ET LES FORMULES DE CORRECTION

79. **Détermination de l'orientation de l'axe optique.** — Une lunette méridienne est rigoureusement orientée dans le plan méridien quand l'axe optique, dans le mouvement de la lunette autour de l'axe de rotation, décrit ce plan sans s'en écarter de la plus petite quantité. Il faut pour cela que l'axe de rotation soit constamment dirigé suivant l'horizontale Est-Ouest et que l'axe optique lui soit perpendiculaire.

Les anciens astronomes cherchaient à réaliser pratiquement ces conditions en orientant et réglant leurs instruments soit sur des mires lointaines, soit sur la position de certains astres. On conçoit qu'on puisse arriver ainsi à un réglage assez approché, mais qu'il est presque impossible de réaliser complètement une orientation parfaite de l'axe optique. D'ailleurs, les mouvements des piliers, les dilatations des métaux, le déplacement des pièces ajustées à l'aide de vis, le mouvement de l'objectif dans son barillet, etc., rendraient vite ce réglage illusoire. Aussi les observateurs modernes n'ont-ils recours au réglage que pour maintenir les écarts de l'axe de rotation et de l'axe optique dans des limites déterminées suffisamment petites. Mais alors il faut tenir compte des déviations instrumentales pour ramener les déterminations d'ascension droite (heure du passage au fil moyen) à leurs vraies valeurs (heure du passage de l'astre au méridien).

On peut considérer la déviation instrumentale comme la résultante de trois déviations élémentaires :

1° La déviation relative à *l'inclinaison de l'axe de rotation* par rapport à un plan horizontal : nous la désignerons par β ;

2° La déviation provenant de ce que l'axe optique n'est pas rigoureusement perpendiculaire à l'axe de rotation, c'est la *collimation de l'axe optique* que nous appellerons c ;

3° La déviation résultant du fait que le plan azimutal passant par l'axe de rotation fait un certain angle α avec le premier vertical : cet angle est la *déviation azimutale* ou l'*azimut de la lunette*. On fixe conventionnellement les signes de ces déviations de manière à avoir la correction

du passage observé avec son signe. Nous supposerons donc :

1° $\beta > 0$ lorsque le côté Ouest de l'axe de rotation est le plus élevé;

2° $c > 0$ si l'angle formé par l'axe optique et la partie Ouest de l'axe de rotation est égal à $90° + c$ (c petit);

3° $\alpha > 0$ quand la projection (côté Ouest) de l'axe de rotation sur le plan horizontal fait un angle égal à $90° - \alpha$ avec la partie Sud de la méridienne (α petit).

Il est facile de se rendre compte que dans chacun de ces cas l'astre est observé trop tôt et que, par suite de la déviation considérée, il y a lieu d'augmenter le temps du passage.

L'inclinaison β de l'axe de rotation et la collimation c de l'axe optique sont des quantités qui peuvent se déterminer par des procédés physiques sans avoir recours aux observations astronomiques ; il n'en est pas de même de l'azimut α de la lunette.

La correction totale I qu'il y aura lieu d'apporter à l'heure observée pour avoir le temps sidéral du passage au méridien sera une certaine fonction de ces trois quantités :

$$I = f(\beta, c, \alpha),$$

fonction qui s'annule évidemment lorsque β, c et α sont nuls simultanément, puisqu'alors l'instrument est rigoureusement orienté dans le méridien, et que s'il n'y a pas de déviation, il n'y a pas de correction à appliquer.

80. **Formule rigoureuse donnant la valeur de la correction I.** — Considérons le triangle sphé-

rique (fig. 97) ayant pour sommets le pôle boréal P, le zénith Z et le point A où l'axe de rotation prolongé vers l'Ouest perce la sphère céleste. L'arc PZE représente le méridien et l'étoile aurait dû être observée à son passage en E dans ce plan. Par suite de la déviation de l'axe optique, on l'a observée en e au fil v_m.

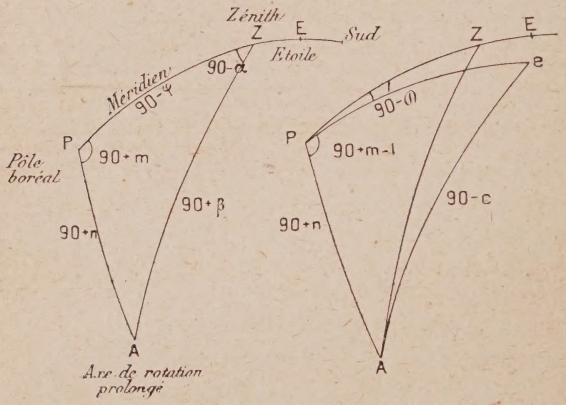


Fig. 97.

Soit v_o le fil sans collimation ; la distance de v_o à v_m est la déviation c. Il s'agit de calculer l'angle horaire EPe qui est précisément la correction I.

Conservons les notations précédentes pour définir les différentes déviations et appelons $90 + m$ l'angle horaire et $90 + n$ la distance polaire du point A, φ la latitude du lieu d'observation. Joignons P et A à e par des arcs de grand cercle Pe, Ae. La considération des triangles PAZ et PAe va nous donner la valeur de I.

Le premier nous donne les relations :

$$(1) \quad \cos n \sin m = \sin \beta \cos \varphi + \cos \beta \sin \alpha \sin \varphi,$$

$$(2) \quad \cos n \cos m = \cos \beta \cos \alpha,$$

$$(3) \quad \sin n = \sin \beta \sin \varphi - \cos \beta \sin \alpha \cos \varphi,$$

qui déterminent m et n en fonction de α, β; φ est une constante en un lieu donné; les formules (1) et (3) suffisent pour déterminer m et n : les angles m et n étant d'ailleurs très petits, il y a avantage à ne pas employer la formule (2).

Le second triangle APe fournit l'équation

$$\sin c = -\sin n \sin (\mathrm{D}) - \cos n \cos (\mathrm{D}) \sin (m - \mathrm{I}),$$

ou bien :

$$(4) \quad \sin (\mathrm{I} - m) = \operatorname{tang} n \operatorname{tang} (\mathrm{D}) + \sin c \sec n \sec (\mathrm{D}),$$

qui donne la valeur de $\mathrm{I} - m$ et par suite I.

En changeant les signes de β, α et c, on vérifie aisément que m, n et I changent aussi de signe, en sorte qu'on a :

$$f(\beta, c, \alpha) = -f(-\beta, -c, -\alpha).$$

On n'a généralement pas, dans la pratique des observations méridiennes, à faire usage des formules précédentes. La petitesse des déviations permet de simplifier notablement l'expression de I.

81. **Formules approchées donnant la valeur de la correction I déduites de la formule exacte.**

1° *Formule de Bessel.* — Si, comme cela a lieu dans les instruments bien orientés, les quantités m, n, c, β, α et I sont très petites, les formules (1) et (3) du para-

graphe précédent peuvent s'écrire avec une approximation très suffisante :

$$(I)\quad \begin{cases} m = \beta \cos \varphi + \alpha \sin \varphi, \\ n = \beta \sin \varphi - \alpha \cos \varphi, \end{cases}$$

en remplaçant les sinus de m, n, β et α par les arcs et les cosinus par l'unité.

Au même degré d'approximation, la formule 4 (§ 80) s'écrit :

$$I - m = n \operatorname{tang} (\varphi) + c \operatorname{séc} (\varphi),$$

ou :

$$(II)\quad I = m + n \operatorname{tang} (\varphi) + c \operatorname{séc} (\varphi),$$

les valeurs de m et de n étant données par les relations (I) : c'est la formule de Bessel[1] qu'il déduit de la formule que Mayer employait pour réduire ses observations méridiennes et que nous donnons plus loin. La formule de Bessel est celle employée à l'Observatoire de Paris depuis qu'on y fait régulièrement des observations méridiennes (1837, Arago). Cette formule, dans le cas des instruments stables, offre de grands avantages. Les valeurs de α, β et c ne présentent pas de variations rapides, la quantité n reste par suite comprise entre des limites resserrées pendant des périodes assez longues; on aura donc avantage à calculer une fois pour toutes les valeurs de $n \operatorname{tang} (\varphi)$ et $c \operatorname{éc} (\varphi)$. On peut écrire la formule II sous une forme plus facile à réduire en Table :

$$I = m + c + n \operatorname{tang} (\varphi) + c (\operatorname{séc} (\varphi) - 1).$$

Lœwy[2] a donné les valeurs des produits

$$n \operatorname{tang} (\varphi) \text{ et } c (\operatorname{séc} (\varphi) - 1)$$

[1] Bessel, **1**, *Fundamenta astronomiæ*, p. 8.
[2] Lœwy, **1**, *Annales du Bureau des Longitudes*, t. I, p. D. 1.

dans les *Tables générales de réduction des observations méridiennes*. Pour la réduction des polaires, on peut encore écrire la formule de Bessel :

$$I = m + (n + c) \operatorname{tang} \mathfrak{D} + c\,(\sec \mathfrak{D} - \operatorname{tang} \mathfrak{D}).$$

Les Tables de Lœwy donnent les valeurs du second terme et ses variations annuelles de 1877 à 1887 ; il y aurait intérêt à prolonger ces Tables ; le troisième terme est toujours très petit, car on a sensiblement pour $\mathfrak{D}$ voisin de 90° : $\sec \mathfrak{D} - \operatorname{tang} \mathfrak{D} = \frac{1}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}}$. Nous verrons plus loin la correction qu'il y a lieu de faire subir à c pour entrer dans la Table des valeurs de $c\,(\sec \mathfrak{D} - 1)$.

2° *Formule de Hansen.* — Ecrivons la formule II en y remplaçant m par sa valeur (I) ; il vient :

$$I = \beta \cos \varphi + \alpha \sin \varphi + n \operatorname{tang} \mathfrak{D} + c \sec \mathfrak{D},$$

ce qu'on peut écrire :

$$I = \frac{\beta \cos^2 \varphi + \alpha \sin \varphi \cos \varphi}{\cos \varphi} + n \operatorname{tang} \mathfrak{D} + c \sec \mathfrak{D},$$

ou encore :

$$I = \frac{\beta (1 - \sin^2 \varphi) + \alpha \sin \varphi \cos \varphi}{\cos \varphi} + n \operatorname{tang} \mathfrak{D} + c \sec \mathfrak{D},$$

et finalement :

$$I = \frac{\beta}{\cos \varphi} - \frac{\beta \sin \varphi - \alpha \cos \varphi}{\cos \varphi} \sin \varphi + n \operatorname{tang} \mathfrak{D} + c \sec \mathfrak{D}.$$

En faisant figurer à nouveau la valeur de n, on a alors :

$$I = \beta \sec \varphi + n\,(\operatorname{tang} \mathfrak{D} - \operatorname{tang} \varphi) + c \sec \mathfrak{D}.$$

C'est la formule de Hansen. Elle est assez avantageuse pour le calcul de I; elle évite, en effet, le calcul de m, et le terme β séc φ est le même pour toutes les étoiles. Elle convient tout particulièrement à la réduction de zones voisines du zénith, car alors le coefficient de n est très petit et une erreur sur la valeur de n n'aura qu'une faible influence. La formule montre aussi qu'au zénith la correction I ne dépend que de β et de c; il est évident, en effet, qu'au zénith la déviation azimutale α qui n'entre que dans le terme n est sans influence, car alors $(\mathfrak{D})$ est égal à φ.

3° *Formule de Mayer.* — La formule (4), § 80, peut s'écrire :

$$\cos n \sin (\mathrm{I} - m) = \sin n \operatorname{tang} (\mathfrak{D}) + \sin c \operatorname{séc} (\mathfrak{D}),$$

et si nous ajoutons à chaque membre le produit de cos n par sin m, on a :

$$2 \cos n \sin \frac{\mathrm{I}}{2} \mathrm{I} \cos \left(\frac{\mathrm{I}}{2} \mathrm{I} - m \right)$$
$$= \cos n \sin m + \sin n \operatorname{tang} (\mathfrak{D}) + \sin c \operatorname{séc} (\mathfrak{D}),$$

égalité qui donne la formule de Bessel en y supposant m, n et I très petits. Mais on peut la donner sous une autre forme en tenant compte dans le second membre des relations (1) et (3) du paragraphe 80 ; on a alors :

$$2 \cos n \sin \frac{\mathrm{I}}{2} \mathrm{I} \cos \left(\frac{\mathrm{I}}{2} \mathrm{I} - m \right) = \sin \beta \frac{\cos (\varphi - (\mathfrak{D}))}{\cos (\mathfrak{D})}$$
$$+ c \operatorname{séc} (\mathfrak{D}) + \cos \beta \sin \alpha \frac{\sin (\varphi - (\mathfrak{D}))}{\cos (\mathfrak{D})},$$

ou, très approximativement :

$$\mathrm{I} = \beta \frac{\cos (\varphi - (\mathfrak{D}))}{\cos (\mathfrak{D})} + \frac{c}{\cos (\mathfrak{D})} + \alpha \frac{\sin (\varphi - (\mathfrak{D}))}{\cos (\mathfrak{D})}.$$

Telle est la formule de Tobias Mayer[1]. C'est la plus ancienne des trois; nous avons dit plus haut que c'est de cette formule que Bessel a déduit celle dont il faisait usage : il suffit de développer les cos et sin de $\varphi - (\delta)$ et de poser les relations (I). La formule de Mayer est employée à l'Observatoire de Kiew[2].

82. **Formules approchées donnant la valeur de la correction I établies directement.** — Nous avons dit que la correction I est fonction des trois déviations β, c et α. Développons cette fonction suivant la formule de Maclaurin ; on a :

$$I = f(\beta, c, \alpha),$$

$$= f(0,0,0) + \left(\frac{df}{d\beta}\right) \beta + \left(\frac{df}{dc}\right)_0 c + \left(\frac{df}{d\alpha}\right)_0 \alpha.$$

Mais $f(0, 0, 0)$ est nul ; donc

$$I = \left(\frac{df}{d\beta}\right)_0 \beta + \left(\frac{df}{dc}\right)_0 c + \left(\frac{df}{d\alpha}\right)_0 \alpha,$$

en négligeant les termes d'ordre supérieur en β, c et α, de sorte que la correction est linéaire par rapport aux déviations élémentaires. Remarquons qu'en nous limitant aux termes du premier ordre, nous ne négligeons en réalité que les termes du troisième, la fonction I devant changer de signe quand on remplace β, c et α par $-\beta$, $-c$ et $-\alpha$. Ainsi la fonction I se compose de la somme de trois termes :

$$I = B + C + A.$$

[1] Mayer, *Astronomical observations made at Göttingen from 1756 to 1761*, p. (VIII).

[2] Khandrikoff, *Annales de l'Observatoire de Kiew*, vol. I, p. 7.

Ces trois quantités étant très petites, nous les déterminerons en supposant deux d'entre elles nulles et en calculant la troisième, c'est-à-dire que nous admettrons l'indépendance des corrections. Cela revient en somme à négliger des quantités du second ordre. On aura alors :

$$B = \varphi(\beta), \quad C = \psi(c), \quad A = \chi(\alpha).$$

1° *Calcul de B.* — Figurons le premier vertical OZE

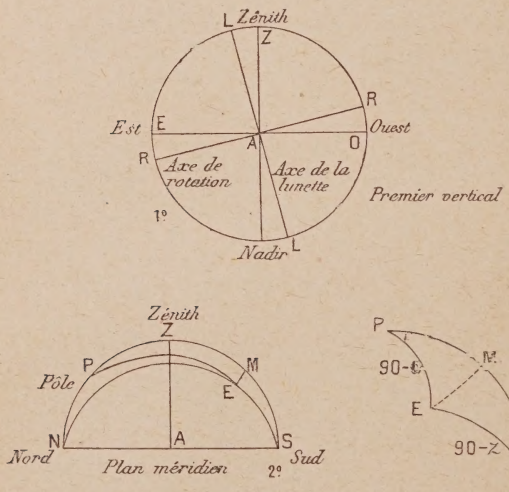


Fig. 98.

et l'axe de rotation RAR (fig. 98, 1°) faisant avec la ligne Est-Ouest l'angle β. L'axe LAL de la lunette décrit un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, et par suite au premier vertical. Le plan méridien perpendiculaire à la ligne Est-Ouest est aussi perpendiculaire au premier

vertical. L'intersection du plan décrit par l'axe et du plan méridien est perpendiculaire en A au premier vertical, c'est la méridienne (ligne Nord-Sud). Figurons le méridien NZS (fig. 98, 2°), le cercle NES décrit par l'axe de la lunette, ME l'arc de petit cercle (perpendiculaire au méridien) décrit par l'étoile, et traçons l'arc de grand cercle PE. La correction B résultant de la déviation β est mesurée par MPE. Nous considérerons les arcs SM et SE comme égaux. En employant les mêmes notations que dans les paragraphes précédents et en appelant z la distance zénithale ZM de l'astre, le triangle sphérique PES donne la relation :

$$\frac{\sin B}{\sin (90 - z)} = \frac{\sin \beta}{\sin (90 - \delta)};$$

les arcs B et β sont petits, z est égal à $\pm (\varphi - \delta)$; on a alors :

$$B = \frac{\beta \cos (\varphi - \delta)}{\cos \delta}.$$

C'est le premier terme de la formule de Mayer.

2° *Calcul de* C. — Figurons le méridien NPZS (fig. 99, 1°); l'axe optique AL fait avec l'axe géométrique AS l'angle c. Dans la rotation de la lunette, la droite AL engendre un cône dont les génératrices font avec le plan méridien l'angle constant c ou l'angle $90° - c$ avec l'axe de rotation EAO. Reportons-nous à la fig. 99,2°; le cône coupe sur la sphère céleste un petit cercle LL dont le plan est parallèle au méridien. Soit ME l'arc de parallèle décrit par l'étoile. Joignons P à E par un arc de grand cercle. La correction C résultant

de la déviation c est mesurée par MPE, l'arc EM est très sensiblement égal à LS ou c, et l'angle EMP est

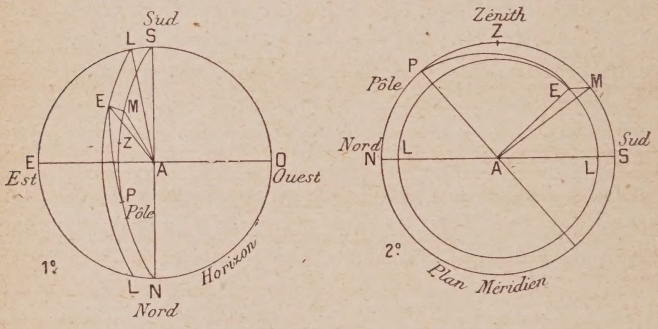


Fig. 99.

droit; le triangle sphérique PEM donne la relation

$$\frac{\sin C}{\sin c} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin \mathfrak{P}} ;$$

les arcs C et c sont petits ; on a alors :

$$C = \frac{c}{\cos (\mathfrak{L})} .$$

C'est le deuxième terme de la formule de Mayer.

3° *Calcul de* A. Figurons l'horizon (fig. 100, 1°) et l'axe de rotation RAR faisant avec la ligne Est-Ouest EO l'angle α. L'axe de la lunette décrit un plan vertical faisant avec le méridien l'angle α. L'intersection de ces deux plans est la verticale AZ du lieu d'observation. Joignons (fig. 100, 2°) le pôle P à l'astre E. La correction résultant de la déviation α est mesurée par

MPE, l'angle EZM a pour valeur α et l'angle PZE en est le supplément $180^\circ - \alpha$; le triangle sphérique EPZ donne la relation

$$\frac{\sin A}{\sin z} = \frac{\sin \alpha}{\sin \mathfrak{P}};$$

les arcs A et α sont petits ; on a alors :

$$A = \frac{\alpha \sin (\varphi - \mathfrak{D})}{\cos \mathfrak{D}}.$$

C'est le troisième terme de la formule de Mayer.

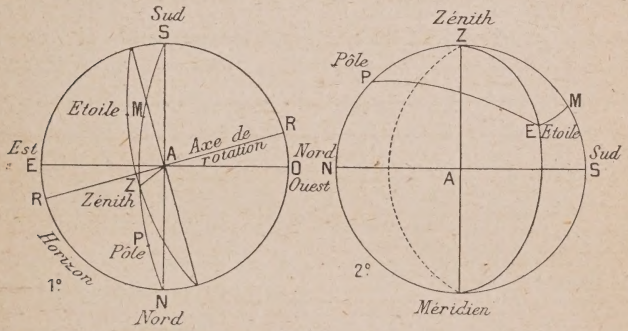


Fig. 100.

En réunissant les trois parties, on a la dernière formule du § 81, d'où on déduit, comme nous l'avons montré, les formules de Bessel et d'Hansen.

Nous avons établi les formules précédentes dans le cas des passages supérieurs. Pour les passages inférieurs le terme en c change de signe, z est égal à $180 - (\varphi + \mathfrak{D})$; on a alors pour la formule de Mayer :

$$I = \frac{\beta \cos (\varphi + \mathfrak{D})}{\cos \mathfrak{D}} - \frac{c}{\cos \mathfrak{D}} + \frac{\alpha \sin (\varphi + \mathfrak{D})}{\cos \mathfrak{D}},$$

et pour celle de Bessel :

$$I = m - n \operatorname{tang} \mathfrak{D} - c \operatorname{séc} \mathfrak{D}.$$

En se reportant à la figure 97, on voit que dans le triangle APZ les quantités m et n doivent être liées aux quantité α, β, φ par des relations identiques à celles qui donnent α et β en fonction de m, n et φ. En sorte qu'on peut écrire *a priori* :

$$\alpha = -n \cos \varphi + m \sin \varphi,$$
$$\beta = +n \sin \varphi + m \cos \varphi,$$

par simple permutation de m en $-\alpha$ et de n en β, formules qu'on obtient en résolvant les équations (I, § 81) par rapport à α et à β. Les valeurs de α et β en fonction de m et de n ne présentent d'ailleurs nul intérêt pratique, si ce n'est de fournir une vérification de calcul des quantités m et n.

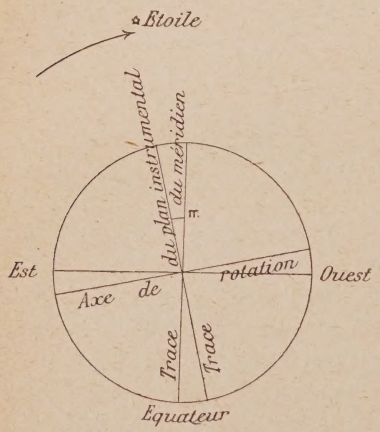


Fig. 101.

Les termes de la formule de Bessel peuvent s'obtenir directement par l'interprétation des déviations m et n définies au § 80. L'axe de rotation de la lunette est dans l'équateur (fig. 101). Faisons-le tourner autour de l'axe du monde de l'angle m (angle horaire égal à $90° - m$). Le plan que décrit l'axe de la lunette, et que nous

appellerons le plan méridien instrumental, devient un cercle horaire faisant avec le méridien l'angle m. Tous les passages observés devront être augmentés de m. On a donc comme première correction :

$$I_1 = m.$$

Au lieu de déplacer l'axe de rotation dans le plan de l'équateur, faisons-le tourner de l'angle n (fig 102).

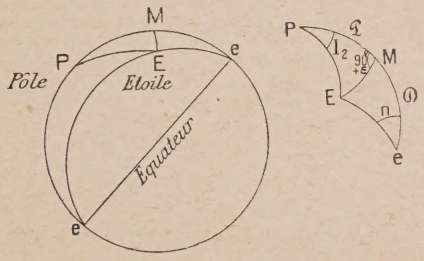


Fig. 102.

dans le plan déterminé par la ligne Est-Ouest et le pôle. Le plan méridien instrumental fait avec le plan méridien réel l'angle n. La correction I_2 qui en résulte est mesurée par l'angle EPM. Considérons l'arc de parallèle EM décrit par l'étoile comme se confondant avec l'arc de grand cercle passant par E et M. Le triangle PEM rectangle en E donne la relation

$$\sin I_2 = \frac{\sin ME}{\sin \mathfrak{P}} = \frac{\sin ME}{\cos \mathfrak{D}} ;$$

d'autre part, le triangle eME fournit l'égalité

$$\text{tang } ME = \text{tang } n \sin \mathfrak{D}.$$

Au degré d'approximation adoptée, on peut écrire ces deux égalités :

$$I_2 = \frac{ME}{\cos (\mathfrak{D})}, \qquad ME = n \sin (\mathfrak{D});$$

et l'on a comme deuxième correction :

$$I_2 = n \operatorname{tang} (\mathfrak{D}).$$

Le raisonnement que nous avons fait plus haut pour obtenir le deuxième terme de la formule de Mayer donne pour le terme correctif I_3 relatif à la déviation c :

$$I_3 = \frac{c}{\cos (\mathfrak{D})} \quad \text{ou} \quad c \operatorname{séc} (\mathfrak{D}).$$

Finalement on a :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = m + n \operatorname{tang} (\mathfrak{D}) + c \operatorname{séc} (\mathfrak{D}).$$

83. **Influence de l'aberration diurne sur la correction I.** — Les formules qui précèdent supposent l'observateur immobile au centre de la Terre. Mais la Terre participe à un double mouvement, décrivant son orbite annuelle autour du Soleil en même temps qu'elle effectue sa révolution sidérale autour de la ligne des pôles. Il en résulte les phénomènes d'*aberration* (aberration annuelle et aberration diurne), c'est-à-dire de déplacement de la direction réelle où se trouvent les étoiles. Ces déviations du rayon lumineux proviennent de ce que la sensation de la lumière ne nous parvient pas instantanément ou, en d'autres termes, qu'on ne peut pas regarder la vitesse orbitale de la Terre, ni même sa vitesse de rotation, quoique beaucoup plus faible, comme infiniment petite par rapport à la vitesse de la lumière. Pour l'étude complète de

l'aberration, nous renvoyons le lecteur au volume de l'**E. S.** « *Les Constantes de l'Astronomie* ». Nous rappellerons seulement que par suite de l'aberration diurne l'étoile est rejetée vers l'Est sur son parallèle. Il est d'usage, en astronomie, de corriger les observations de passage de l'effet de l'aberration diurne, parce qu'elle est proportionnelle au cosinus de la latitude et dépend par conséquent de la situation du lieu d'observation. Au contraire, on tient compte de l'aberration annuelle dans les catalogues d'étoiles fondamentales.

Par suite de l'aberration diurne, le passage de l'étoile dans le plan méridien sera un peu retardé dans les passages supérieurs et un peu avancé dans les passages inférieurs, car dans ce dernier cas elle est déviée suivant le sens même de son mouvement. Ce retard ou cette avance pour une étoile équatoriale ($\delta = 0^\circ$), à l'équateur ($\varphi = 0^\circ$), c'est-à-dire la *constante de l'aberration diurne*, est $0'',3113$ ou en temps $0^s,0208$. A la latitude φ sa valeur est $0^s,0208 \cos\varphi$ pour une étoile de déclinaison nulle ; mais pour une étoile dont la déclinaison est δ, on a pour expression de la correction I_4 résultant de l'aberration diurne :

$$I_4 = 0^s,0208 \cos\varphi \sec\delta ;$$

ou, en posant :

$$\varkappa = 0^s,0208 \cos\varphi ,$$

valeur constante pour un lieu donné, on a :

$$I_4 = \mp \varkappa \sec\delta \begin{cases} \text{Passage supérieur.} \\ \text{Passage inférieur.} \end{cases}$$

A Paris ($\varphi = 48^\circ.50'.11''$ et $\cos\varphi = 0,658$) on a :

$$\varkappa = 0^s,0137.$$

84. **Formes définitives de la correction I résultant des déviations instrumentales et de l'aberration diurne.** — Le terme correctif I_4 est de même forme que le terme correctif I_3 de la formule de Bessel, § 82; en le combinant avec celui-ci, on obtient les formes définitives de la correction I :

$$\text{Astres fixes. — Image directe.} \begin{cases} I_d = m_d \pm n_d \operatorname{tang} \mathcal{D} \pm (c - \varkappa) \operatorname{séc} \mathcal{D} \begin{cases} \text{PS.} \\ \text{PI.} \end{cases} \\ m_d = \beta \cos \varphi + \alpha \sin \varphi. \\ n_d = \beta \sin \varphi - \alpha \cos \varphi. \end{cases}$$

Pour les étoiles observées par réflexion, on doit changer $\mathcal{D}$ en $-\mathcal{D}$ et φ en $180 - \varphi$; on a alors :

$$\text{Astres fixes. — Image réfléchie.} \begin{cases} I_r = m_r \mp n_r \operatorname{tang} \mathcal{D} \pm (c - \varkappa) \operatorname{séc} \mathcal{D} \begin{cases} \text{PS.} \\ \text{PI.} \end{cases} \\ m_r = \alpha \sin \varphi - \beta \cos \varphi. \\ n_r = \alpha \cos \varphi + \beta \sin \varphi. \end{cases}$$

On facilite le calcul de I en écrivant :

$$I = m + c - \varkappa \pm n \operatorname{tang} \mathcal{D} \pm (c - \varkappa)(\operatorname{séc} \mathcal{D} - 1),$$

le terme $(\operatorname{séc} \mathcal{D} - 1)$ étant inférieur à l'unité jusqu'à 60° de déclinaison.

La correction I suppose que l'astre n'a pas de mouvement propre sensible, comme c'est le cas pour les étoiles dont le déplacement par suite du mouvement propre ne devient appréciable qu'après un temps très grand. Mais s'il s'agit du Soleil, de la Lune, des planètes et des comètes, il y a lieu de tenir compte du mouvement en ascension droite. Les quantités m, n, c et $\varkappa$ sont évaluées en prenant la seconde sidérale de temps pour unité. Soit μ le mouvement de l'astre en

ascension droite en une seconde sidérale ; on aura pour la correction I l'expression (Soleil, planètes et comètes) :

$$I = \left\{ m \pm n \operatorname{tang} \delta \pm (c - \varkappa) \operatorname{séc} \delta \right\} \begin{matrix} PS \\ PI \end{matrix} (1 + \mu)$$

Pour la Lune, il faut tenir compte en outre de la parallaxe (voir § 52), et si l'on désigne par δ' la déclinaison apparente, on aura (Lune) :

$$I = \frac{1}{\cos \delta} \left\{ m + n \operatorname{tang} \delta' + (c - \varkappa) \operatorname{séc} \delta' \right\} \times (1 + \mu) \frac{\sin z}{\sin z'} \cos \delta'.$$

Le facteur

$$(1 + \mu) \frac{\sin z}{\sin z'} \cdot \frac{\cos \delta'}{\cos \delta},$$

quoique petit, n'est pas négligeable lorsque les valeurs de m, n et c sont un peu fortes tout en restant au-dessous des limites adoptées pour un instrument bien réglé.

La valeur de μ se tire des Éphémérides; elle est égale au quotient de la variation d'ascension droite $\Delta\alpha$ pour une heure de longitude par 3600, ou au quotient par 60 de cette variation pour 1 minute suivant les cas. Dans la Connaissance des Temps la variation est donnée pour une minute dans le cas de la Lune et pour 1 heure dans le cas du Soleil et des planètes. La valeur de δ' se déduira avec une précision suffisante (à 1′ près) de la lecture du cercle, corrigée du demi-diamètre donné par une Ephéméride, quand on a pointé un bord en distance polaire. On peut encore l'obtenir au moyen de la déclinaison δ tirée de l'Éphéméride en calculant l'expression (*Théorie des parallaxes*, **E. S.**)

$$\delta - \delta' = \pi \sin (\varphi' - \delta),$$

où π est la parallaxe horizontale de la Lune, φ' la latitude géocentrique du lieu. La valeur de φ' pour l'Observatoire de Paris est $48°38'33''$. On pourra réduire l'expression $\pi \sin(\varphi' - \mathfrak{D})$ en Table en prenant pour π la valeur moyenne $57'$ dont il ne s'écarte que de $4'$ environ, au maximum.

M. Lagarde nous a indiqué un procédé de calcul très pratique de la correction instrumentale I dans le cas de la Lune. A cause de la petitesse de μ, on peut écrire :

$$(1+\mu)\frac{\sin z \cos \mathfrak{D}'}{\sin z' \cos \mathfrak{D}} = \frac{\sin z \cos \mathfrak{D}'}{\sin z' \cos \mathfrak{D}} + \mu,$$

en supposant z égal à z', par suite $\mathfrak{D}'$ égal à $\mathfrak{D}$, dans le second terme. Posons alors :

$$q = \frac{\sin z \cos \mathfrak{D}'}{\sin z' \cos \mathfrak{D}} - 1,$$

$$\mathrm{I}' = m + n \operatorname{tang} \mathfrak{D}' + (c - \varkappa) \operatorname{séc} \mathfrak{D}' ;$$

on aura :

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}' + \mathrm{I}'(\mu + q).$$

La quantité q est facile à réduire en Table. On calculera $\frac{\sin z}{\sin z'}$ de minute en minute à partir de $53'$ jusqu'à $61'$ et de $-28°$ à $+28°$ de déclinaison. Pour calculer $\frac{\cos \mathfrak{D}'}{\cos \mathfrak{D}}$, nous poserons :

$$\mathfrak{D}' = \mathfrak{D} - \varepsilon \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \pi \sin(\varphi' - \mathfrak{D}),$$

alors, ε étant petit,

$$\frac{\cos \mathfrak{D}'}{\cos \mathfrak{D}} = \frac{\cos(\mathfrak{D} - \varepsilon)}{\cos \mathfrak{D}} = \frac{\cos \mathfrak{D} + \varepsilon \sin \mathfrak{D}}{\cos \mathfrak{D}},$$

et si l'on exprime ε en minutes d'arc,

$$\frac{\cos(\mathfrak{D}')}{\cos(\mathfrak{D})} = \frac{\cos(\mathfrak{D}) + \varepsilon_1 \sin 1' \sin(\mathfrak{D})}{\cos(\mathfrak{D})},$$

$$= 1 + \varepsilon_1 \sin 1' \operatorname{tang}(\mathfrak{D}),$$

$$= 1 + \pi_1 \sin 1' \sin(\varphi' - (\mathfrak{D})) \operatorname{tang}(\mathfrak{D}).$$

On fera une Table auxiliaire de cette quantité au millième en prenant π_1 égal à $57'$, d'où $\pi_1 \sin 1'$ égale 0,0166. L'erreur ne dépasse pas 0,0012 pour une différence de $4'$ sur π. On aura alors les éléments nécessaires au calcul de q. Pour la latitude de Paris, la Table se réduit à :

$\mathfrak{D}$	q
$\pm 28^\circ$	
	$-0{,}012$
$\pm 18^\circ$	
	$-0{,}011$
0°	

On aura finalement :

$$I = [m + n \operatorname{tang}(\mathfrak{D}') + (c - \varkappa) \operatorname{séc}(\mathfrak{D}')]$$
$$+ [m + n \operatorname{tang}(\mathfrak{D}') + (c - \varkappa) \operatorname{séc}(\mathfrak{D}')](\mu + q);$$

le premier terme se calculera comme pour une étoile, mais avec la déclinaison $(\mathfrak{D}')$; le second est un terme correctif très petit.

85. **Limite d'exactitude de la formule de Bessel.** — L'effet de la déviation du plan instrumental par rapport au méridien et l'effet de la collimation deviennent plus sensibles à mesure qu'on se rapproche du pôle. L'erreur d'observation augmente aussi et est

d'autant plus grande que l'astre observé est plus près du pôle. On ne connaît pas exactement la loi d'accroissement de cette erreur ; nous admettrons qu'elle est représentée par $\varepsilon \sec \Phi$, ε désignant l'erreur commise dans l'estime du passage d'une étoile équatoriale. Pour déterminer la limite d'exactitude de la formule de Bessel pour les astres de la région polaire, Lœwy[1] développe les fonctions trigonométriques de la formule rigoureuse [(4) § 80] en séries suivant leurs valeurs angulaires, en conservant les termes qui dépendent du carré et du cube des éléments. En employant la formule approchée, on néglige en réalité le terme

$$\frac{1}{6}\left[(1-m)^3+(3cn^2-c^3)\sec\Phi+2n^3\operatorname{tang}\Phi\right]\sin^2 1'',$$

en mettant pour abréger c pour $c-\alpha$.

Il faut que ce terme soit plus petit que $\varepsilon \sec \Phi$ pour que l'emploi de la formule approchée soit permis. La discussion de cette condition conduit Lœwy aux conclusions suivantes, ε étant égal à $0'',01$:

Polaire (α Petite Ourse)	n et $c \leqslant 3^s,6$,
λ Petite Ourse	n et $c \leqslant 3^s,2$,
Polarissime (5′ du pôle)	n et $c \leqslant 0^s,6$.

Ces conditions étant réalisées, l'erreur de réduction ne dépassera pas $0^s,03$ pour la Polaire, $0^s,04$ pour λ Petite Ourse et $0^s,46$ pour la Polarissime.

M. Hamy[2], reprenant l'étude de cette question, compare

[1] Lœwy, **6**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. C, p. 141, p. 201 et p. 401.

[2] Hamy, **10**, *Bull. astr.*, t. XV, p. 113.

la relation exacte, qu'on peut écrire :

$$I - m = \text{arc sin}(\text{tang } n \text{ tang } \mathfrak{D} + \sin c \text{ séc } \mathfrak{D} \text{ séc } n),$$

à la relation approchée (formule de Bessel)

$$I - m = n \text{ tang } \mathfrak{D} + c \text{ séc } \mathfrak{D};$$

On a alors pour l'erreur commise η en déterminant I par la formule de Bessel :

$$\eta = \text{arc sin}(\text{tang } n \text{ tang } \mathfrak{D} + \sin c \text{ séc } \mathfrak{D} \text{ séc } n) - n \text{ tang } \mathfrak{D} - c \text{ séc } \mathfrak{D}.$$

La discussion rigoureuse de cette fonction très complexe conduit à cette conclusion que la formule de Bessel peut toujours être employée dans la réduction des observations de passage si l'inégalité

$$2\frac{\text{arc sin}[(\text{tang } \mathcal{D} + \text{séc } \mathcal{D}) \text{ tang } \lambda] - \lambda(\text{tang } \mathcal{D} + \text{séc } \mathcal{D})}{\text{tang } \mathcal{D} + \text{séc } \mathcal{D}} < 0'',1 \sin 1''$$

est vérifiée, λ étant une limite supérieure de n et de c. Or on constate numériquement que cette inégalité est satisfaite pour

$$\mathfrak{D} = 90^\circ - 5' \quad \text{et} \quad \lambda = 1^s.$$

Les observations courantes se faisant toujours à plus de 1° du pôle; on peut chercher quelle valeur λ peut atteindre sans que l'inégalité précédente cesse d'avoir lieu en s'imposant la condition $\mathfrak{D} < 89^\circ$. On trouve que les constantes n et c de la lunette peuvent atteindre dans ce cas plus de dix secondes de temps sans que la formule de réduction de Bessel cesse d'être applicable.

La valeur de la constante m n'est évidemment pas limitée.

86. **Procédé pratique pour calculer I.** — Lorsqu'on a établi les constantes m, n et $c - \varkappa$ pour une série d'observations, on calcule I de 5° en 5°, en prenant la formule donnée plus haut :

$$I = m + c - \varkappa + n \operatorname{tang} \mathfrak{D} + (c - \varkappa)(\sec \mathfrak{D} - 1).$$

Les Tables de Lœwy, dont nous avons parlé précédemment, donnent de suite le deuxième et le troisième terme ; à défaut de ces Tables, les produits $n \operatorname{tang} \mathfrak{D}$ et $(c - \varkappa)(\sec \mathfrak{D} - 1)$ s'obtiennent commodément avec les Tables de multiplication : les Tables allemandes de Crelle ou celles de M. Monlaur publiées tout récemment par la maison Oberthur à Rennes. On évaluera $\operatorname{tang} \mathfrak{D}$ et $\sec \mathfrak{D} - 1$ à trois décimales, ainsi que les produits. Dans la somme on ne gardera que les centièmes. L'interpolation des valeurs de I se fera par parties proportionnelles, en évaluant les déclinaisons des astres au dixième de degré. Lorsque la distance polaire est inférieure à 30°, on calcule I directement, l'interpolation ne pouvant plus se faire aussi simplement pour des valeurs distantes de 5°.

CHAPITRE II

LA DÉTERMINATION DES DÉVIATIONS INSTRUMENTALES

87. **Détermination de l'inclinaison à l'aide du niveau.** — Pour calculer la correction I, il nous faut connaître les valeurs de l'inclinaison β de l'axe de rotation, sa déviation azimutale α et la collimation c de l'axe optique. Nous allons indiquer comment ces quantités s'obtiennent soit à l'aide de procédés physiques, soit à l'aide d'observations d'étoiles convenablement choisies.

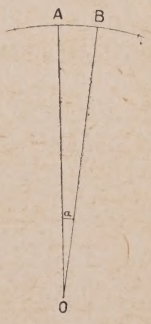


Fig. 103.

On obtient l'inclinaison à l'aide du niveau à bulle (Liv. I, ch. IV, § 40). Le niveau est gradué en parties égales, cent par exemple. Dire qu'une partie AB vaut n'', cela revient à dire que l'angle α des rayons OA,OB (fig. 103) des extrémités de l'arc AB est de n''. Un arc de p parties correspond à l'angle des rayons extrêmes égal à pn''. Nous rappellerons que nous avons fixé conventionnellement le signe de l'inclinaison et que nous la considérons comme positive quand la partie Ouest de l'axe est la plus élevée.

L'observateur, après avoir placé le niveau sur les tourillons, fait en sorte d'amener l'un des bras verticaux en une position déterminée de l'axe. Si le niveau est suspendu, on lui imprime alors un léger balancement et on lui laisse prendre de lui-même sa position d'équilibre dans le plan vertical passant par l'axe de rotation. Si le niveau est placé au-dessus des tourillons, on réglera sa position au moyen d'un doigt situé dans le prolongement du support horizontal, doigt qui s'engage dans une fente-repère réglée de façon que le niveau et l'axe de rotation soient dans le premier vertical. Il suffit du reste que cette condition soit obtenue approximativement, pourvu que le parallélisme du niveau et du support soit réalisé. Nous reviendrons plus loin sur le procédé employé pour obtenir ce réglage. L'observateur donne ensuite quelques légers chocs au bras qui porte la fiole, afin de faciliter le déplacement de la bulle et de lui permettre de prendre plus rapidement sa position d'équilibre. Après avoir vérifié l'immobilité de la bulle (il suffit généralement d'attendre un peu moins d'une minute), on effectue les lectures L et L′ des divisions correspondant aux extrémités en appréciant le dixième de partie. On retourne le niveau bout pour bout et on fait une nouvelle lecture L_1 et L'_1. Il est important quand on lit le niveau de s'assurer qu'aucune partie du liquide n'est séparée. Si la bulle se trouvait divisée, ce qui arrive encore assez fréquemment sous l'influence d'une secousse un peu brusque, il faudrait attendre que les diverses parties fussent réunies ; on peut d'ailleurs faciliter leur réunion en donnant au niveau une inclinaison convenable. Posons :

$$L + L' = \lambda, \quad L_1 + L_1 = \lambda' ;$$

l'inclinaison β aura pour expression :

$$\beta = \frac{1}{4}(\lambda - \lambda'),$$

ainsi que nous allons le démontrer.

Il est bien évident que si le niveau était parfaitement construit, c'est-à-dire si la division du milieu se trouvait exactement au milieu de la bulle quand le niveau est horizontal, il ne serait pas nécessaire d'effectuer un retournement pour avoir l'inclinaison, en supposant toutefois l'égalité de longueur des bras verticaux. En effet, soient l_m la lecture qui répond au milieu M (fig. 104) de la graduation, l la demi-somme des lectures pour la position AB de la bulle ou la lecture en N milieu de AB. La tangente en N est horizontale, les angles HDC et DCH' sont égaux à MIN ou $l - l_m$, et l'on a :

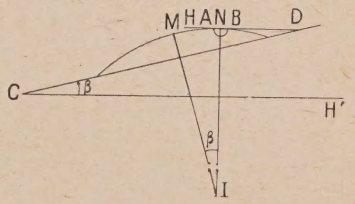


Fig. 104.

$$\beta = l - l_m.$$

Mais les conditions précédentes ne sont jamais réalisées rigoureusement. On procède alors par retournement. Soient AB (fig. 105) le support du niveau, AC et BD les bras qu'on fait reposer sur l'axe CD des tourillons dont nous voulons mesurer l'inclinaison par rapport au plan horizontal ou par rapport à la ligne Est-Ouest si la déviation azimutale de cet axe est nulle ou négligeable. Nous avons dit qu'on doit placer

les bras verticaux toujours aux mêmes points des tourillons. Nous supposerons pour le moment que les supports verticaux reposent sur la partie la plus élevée de chaque tourillon en C et en D. L'inclinaison que nous allons déterminer est celle de la droite qui joint les points d'appui C et D, droite qui serait parallèle à la ligne des centres des sections droites en C

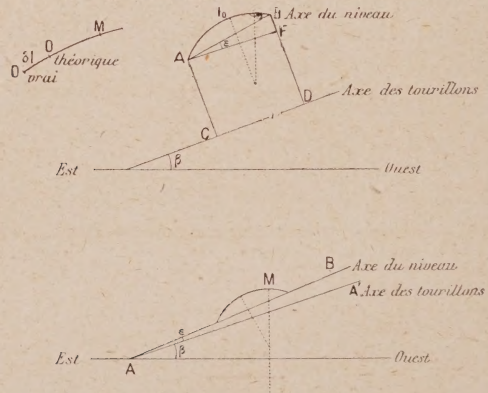


Fig. 105.

et D si les tourillons avaient le même diamètre, ce que nous admettrons actuellement. Appelons (fig. 105) ε l'angle, toujours très petit, que fait l'axe du niveau avec une parallèle AF à CD, angle qui dépend de l'inégalité de longueur des bras AC et BD. Supposons d'abord que les divisions aillent en croissant de l'Est à l'Ouest. Désignons par l_m la lecture qui répond au milieu n des $2n$ divisions et admettons que le zéro de la graduation soit plus près de A que de B de la très petite quantité δl. Quand on fait une lecture quelconque

OM $= l$, on lit δl en trop, et la lecture corrigée, c'est-à-dire ramenée à la position théorique de l'origine, est $l - \delta l$. Soient L et L′ les lectures des extrémités de la bulle dans la première position du niveau ; la lecture moyenne corrigée sera : $\frac{L + L'}{2} - \delta l$. L'angle de BA avec la ligne Est-Ouest est $\beta + \varepsilon$, et l'on a :

$$\beta + \varepsilon = \left(\frac{L + L'}{2} - \delta l \right) - l_m. \qquad (1)$$

Retournons le niveau bout pour bout en plaçant le

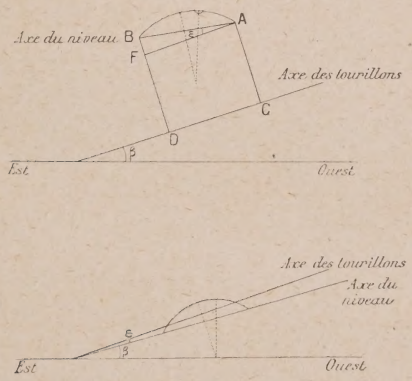


Fig. 106.

support BD (fig. 106) sur le tourillon Est et le support AC sur le tourillon Ouest. Les divisions vont alors en croissant vers l'Est. Soient L_1 et L_1' les lectures des extrémités de la bulle dans cette seconde position du niveau ; la lecture moyenne corrigée sera $\frac{L_1 + L_1'}{2} - \delta l$.

L'angle de BA avec la ligne Est-Ouest est $\beta - \varepsilon$, et l'on a :

$$\beta - \varepsilon = l_m - \left(\frac{L_1 + L_1'}{2} - \delta l \right). \qquad (2)$$

En ajoutant les deux égalités (1) et (2) membre à membre, il vient :

$$2\beta = \frac{L + L'}{2} - \frac{L_1 + L_1'}{2},$$

ou avec les notations données plus haut :

$$\beta = \frac{1}{4}(\lambda - \lambda').$$

Dans ce résultat nous ne tenons pas compte des erreurs proprement dites des traits de la graduation de la fiole. Il n'y a pas lieu de s'en préoccuper, car elles sont toujours très petites et d'un ordre de grandeur bien inférieur aux erreurs de lecture.

Dans la pratique du nivellement, les supports verticaux ne s'appuient pas par un seul point sur les tourillons. Ces supports sont terminés par des V renversés dont les branches reposent sur les tourillons. Les angles des V doivent être égaux, et il est bien évident que si cette condition est réalisée, l'opération du nivellement donne l'inclinaison de la droite qui joint les sommets des V, car cette dernière est parallèle à la droite CD considérée précédemment.

Supposons actuellement que l'angle de l'un des V soit plus aigu que l'autre. Lorsque nous placerons le niveau dans la première position, la ligne des sommets des V fera, par exemple, avec la ligne CD l'angle η, et la première lecture nous donnera la valeur de

$\beta + \varepsilon + \eta$. Retournons le niveau : nous aurons la valeur de $\beta - \varepsilon - \eta$, d'où par addition,

$$\beta = \frac{1}{4}(\lambda - \lambda'),$$

c'est-à-dire l'inclinaison de CD ou celle de la ligne des sommets des branches supposées de même ouverture. En un mot, l'angle ε considéré dans le premier cas est simplement remplacé par $\varepsilon + \eta$.

88. — **Détermination de l'inclinaison à l'aide du bain de mercure**. — On peut aussi déterminer l'inclinaison de l'axe de rotation à l'aide du bain de mercure et du fil mobile, connaissant la lecture v_o du tambour qui correspond à la position du fil sans collimation, valeur qu'on détermine soit par retournement sur une mire, soit à l'aide de collimateurs, ainsi que nous le verrons plus loin.

Soient AB (fig. 107) l'axe de rotation de la lunette, CO l'axe sans collimation perpendiculaire à AB et v_o la lecture correspondante du tambour du micromètre. Amenons la lunette dans la position verticale l'objectif en bas et déplaçons le fil mobile d'ascension droite de

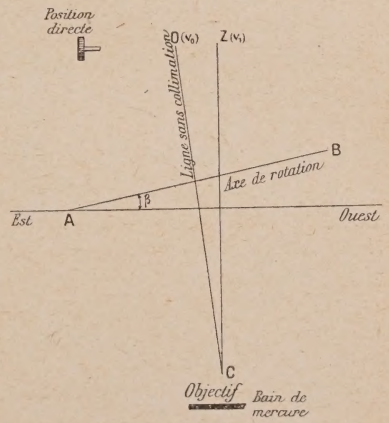


Fig. 107.

manière à l'amener en coïncidence avec son image, nous aurons la lecture v_1 qui répond à la direction CZ de la verticale. Si k est la valeur du tour de la vis micrométrique, on aura :

$$\beta = \pm k(v_o - v_1) \quad \begin{cases} \text{Position directe,} \\ \text{Position inverse.} \end{cases}$$

Le signe est bien déterminé par cette formule. Si, par exemple, le tourillon Ouest est le plus élevé et la

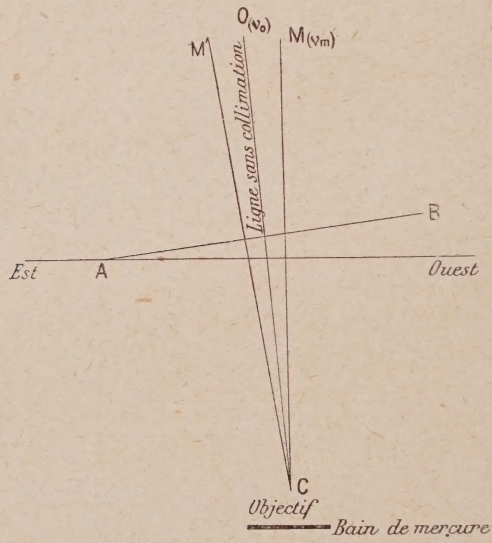


Fig. 108.

lunette dans la position directe (tête de vis à l'Est), on aura $v_1 < v_o$; mais comme on doit prendre l'expression avec le signe +, l'inclinaison est bien positive.

Dans le cas où on ne connaîtrait pas préalablement

la valeur v_o, on pourrait retourner la lunette sur le bain de mercure. Supposons d'abord la lunette dans la position inverse, et soit v_m la lecture qui répond à la direc- CM de la verticale (fig. 108). Retournons la lunette pour la placer dans la position directe. Les directions AB et CO ne changent pas, mais le fil, qui était en M, vient en M' à une distance OM' de O égale à OM. Si nous le ramenons en coïncidence avec son image, c'est-à-dire sur la verticale, nous lui ferons parcourir un angle égal au double de l'inclinaison cherchée. Soit v'_m la seconde lecture ; on aura :

$$\beta = \frac{k(v_m - v'_m)}{2},$$

la différence $v_m - v'_m$ étant positive ou négative suivant que le fil mobile est à l'Est ou à l'Ouest de son image après le retournement.

89. — **Détermination de l'inclinaison à l'aide d'observations de passage directes et réfléchies.** — Soient h_d et h_r les heures du passage au fil milieu d'une étoile observée directement et par réflexion sur l'horizon artificiel. Si nous appelons c_p et c'_p les corrections de la pendule aux temps h_d et h_r, on aura par la formule de Bessel (§ 84) pour l'heure H du passage au méridien, en supposant qu'il s'agisse de passages supérieurs :

$$H = h_d + c_p + m_d + n_d \operatorname{tang} \text{Ⓓ} + (c - \varkappa) \operatorname{séc} \text{Ⓓ},$$

$$H = h_r + c'_p + m_r - n_r \operatorname{tang} \text{Ⓓ} + (c - \varkappa) \operatorname{séc} \text{Ⓓ};$$

d'où par différence en tenant compte des valeurs de m et n en fonction de $\varkappa$, β et φ :

$$o = h_r - h_d + c'_p - c_p - 2\beta \cos \varphi - 2\beta \sin \varphi \operatorname{tang} \text{Ⓓ},$$

et

$$\beta = \frac{1}{2}(h_r - h_d + c'_p - c_p)\frac{\cos(\delta)}{\cos(\varphi - (\delta))}.$$

Si les deux observations (directe et réfléchie) ont été effectuées au même passage, on pourra évidemment regarder comme nulle la variation de c_p. Il n'y a lieu de tenir compte de cette variation que si les observations ont été faites à un ou plusieurs jours d'intervalle. Mais, dans ce cas, la méthode ne présente d'intérêt que si l'on s'est assuré par des déterminations physiques (niveau ou bain de mercure) que l'inclinaison de l'axe de rotation n'a pas varié. Il faut aussi être certain de la marche de la pendule dans l'intervalle. On doit donc surtout considérer cette méthode comme un procédé de contrôle.

La détermination de l'inclinaison d'un axe est une opération délicate, dont on doit vérifier les résultats par tous les moyens possibles. Toute divergence devra faire l'objet de la recherche et de l'étude des causes qui ont pu la produire. L'emploi du niveau laisse souvent à désirer ; aussi aux Observatoires de Greenwich et du Cap on se sert de préférence du bain de mercure ; mais cette méthode est malheureusement soumise aux inconvénients de l'observation du nadir.

90. **Réglage du niveau à bulle**. — Nous avons dit qu'il n'y a pas lieu de tenir compte, dans la pratique du nivellement, de l'origine des divisions, puisqu'il est pratiquement impossible d'obtenir, par une seule lecture, le nivellement avec la précision exigée pour les observations méridiennes. Nous n'avons pas non plus à considérer les erreurs de la graduation. Il n'y a alors,

pour avoir un niveau bien réglé, qu'à s'assurer que l'axe du niveau est parallèle à l'axe des tourillons, de sorte qu'en faisant tourner le plan de ces deux droites autour de l'axe des tourillons, l'axe du niveau décrive un cylindre et que les extrémités de la bulle restent aux mêmes points de la graduation. Lorsque cette condition sera réalisée, il n'y aura pas besoin, dans la détermination du nivellement, de s'assurer que le niveau est rigoureusement dans le plan vertical passant par l'axe de rotation, ce qui est assez difficile à obtenir, étant donné le mode de support (frottement des V sur les tourillons).

Deux vis de rectification permettent de faire tourner la fiole autour d'une verticale et d'une horizontale Nord-Sud. Par une rotation autour de la première droite, on amènera le niveau dans le plan des supports verticaux, et par une rotation autour de la seconde, on pourra rectifier son inclinaison.

Dans une lunette méridienne bien réglée, l'inclinaison est très faible. Supposons-la nulle. Le niveau étant dans la position d'observation, on le rend horizontal en amenant les extrémités de la bulle à la même distance des divisions extrêmes. Cela fait, on écarte le niveau d'une quinzaine de degrés vers le Sud, puis vers le Nord ; soit $2p$ la différence des lectures en prenant chaque fois la demi-somme des lectures aux extrémités. On place le niveau à 15° au Nord, par exemple, et à l'aide de la première vis de rectification, on déplace la bulle de p divisions dans le sens convenable. On répète l'opération jusqu'à ce que la bulle se déplace dans le même sens et du même nombre de divisions quand on va d'une position extrême à l'autre.

La première rectification effectuée, on agit sur la deuxième vis, de manière à donner à l'axe du niveau une inclinaison égale à celle de l'axe de rotation. Soient n la lecture qui correspond au milieu de la bulle lorsque le niveau est horizontal et β l'inclinaison connue de l'axe de rotation. On devra déplacer l'axe jusqu'à ce que le milieu de la bulle corresponde à la division $n + \beta$. On peut aussi, dans quelques niveaux, réduire la longueur de la bulle, lorsqu'elle s'allonge trop par suite de l'abaissement de température. La fiole est munie d'un réservoir communiquant par un petit orifice avec le tube. En inclinant le niveau de façon que la chambre soit à la partie la plus élevée, on fera passer un peu de liquide du réservoir dans le tube et on réduira la longueur de la bulle. En plaçant la chambre vers le bas, on produira l'allongement.

91. **Détermination de la valeur des divisions du niveau.** — Nous avons dit précédemment quelles précautions il y a lieu de prendre pour placer le niveau dans son support, afin d'éviter toute déformation de la fiole. Dans la détermination de la valeur des divisions d'un niveau, il est de toute première nécessité de faire les lectures dans des conditions aussi identiques que possible à celles où il est employé pour déterminer l'inclinaison de l'axe. Il ne faut donc pas, comme on le fait souvent, le sortir de sa gaine, mais s'assurer simplement qu'il y est fixé normalement.

On détermine la valeur des divisions d'un niveau en l'associant à un cercle gradué. On fixe le niveau sur le cercle de lecture de l'instrument méridien, en le posant sur deux crochets spéciaux vissés sur le cercle ou en le

suspendant aux rayons. On doit d'abord s'assurer que le plan de la courbe graduée est bien parallèle à celui du cercle. Il suffit pour cela de faire tourner le cercle en s'assurant que les points extrêmes de la bulle suivent exactement le milieu des traits de la graduation. Ce point vérifié, on cale le cercle et l'on fait les lectures du niveau (extrémités de la bulle) et du cercle (deux microscopes à 180° suffisent). A l'aide de la vis de rappel on déplace un peu le cercle et l'on effectue une seconde lecture, niveau et cercle. Supposons que la bulle se soit déplacée de p parties pour un déplacement angulaire du cercle de s secondes d'arc; le quotient

$$\nu = \frac{s}{p},$$

est, en secondes d'arc, la valeur ν d'une division du niveau. Voici comment dans la pratique il convient de procéder : on place la bulle de façon que ses extrémités soient à égale distance des extrémités de la graduation; le milieu de la bulle est alors sensiblement à la division l_m du milieu de la partie graduée. Soit $2n$ le nombre total des divisions. On marchera par déplacements de 1″ à 1″,5, évalués sur le cercle, jusqu'à ce que l'extrémité de la bulle parvienne à la dernière division, $2n$ par exemple; on reviendra par une série de cheminements analogues jusqu'à ce que l'autre extrémité soit à la division o, puis on retournera de même à la position initiale, milieu de la bulle en l_m. On doit prendre toutes les précautions possibles afin d'éviter les changements de température pendant la détermination, changements qui pourraient faire varier la longueur de la bulle.

Soient n_i et n'_i, n_{i+1} et n'_{i+1} les lectures successives des deux extrémités de la bulle; l_i et l'_i, l_{i+1} et l'_{i+1} les lectures correspondantes des deux microscopes; n_0 et n'_0 les lectures des extrémités de la bulle quand l'axe du niveau est horizontal, l_0 et l'_0 les lectures correspondantes des microscopes. On a :

$$\frac{1}{2}(l_i + l'_i) - \frac{1}{2}(l_0 + l'_0)$$

$$= \left[\frac{1}{2}(n_i + n'_i) - \frac{1}{2}(n_0 + n'_0)\right]\nu.$$

Posons d'une façon générale :

$$L_i = l_i + l'_i, \qquad N_i = n_i + n'_i.$$

L'égalité précédente s'écrit :

$$L_i - L_0 = (N_i - N_0)\nu,$$

ou

$$L_i = (L_0 - N_0\nu) + N_i\nu.$$

La quantité entre parenthèses est une constante C (non connue); chaque lecture fournit une équation de la forme

$$L_i = C + N_i\nu.$$

La moyenne de ces équations nous donnera l'égalité

$$L = C + N\nu.$$

En combinant par soustraction la moyenne avec les q équations résultant des q opérations effectuées, on obtiendra q nouvelles équations linéaires

$$L_i - L = (N_i - N)\nu$$

ne contenant que ν comme inconnue.

La méthode la plus commode pour résoudre ce système de q équations linéaires en ν consiste à supprimer

les équations dans lesquelles le coefficient de l'inconnue est moindre que le tiers du plus grand, à multiplier ensuite les équations restantes par ± 1 suivant que le coefficient de l'inconnue est positif ou négatif, et à faire la somme.

Les valeurs calculées de $(N_i - N)_V$ comparées aux valeurs de $L_i - L$ donneront les résidus. L'examen de ces quantités apprendra si le niveau présente des irrégularités trop fortes et s'il doit être accepté pour bon ou rejeté.

On a proposé aussi, pour déterminer la valeur des divisions d'un niveau, de le placer sur un collimateur, l'axe du niveau et celui du collimateur étant dans le même plan. On pointe le fil mobile du réticule sur le fil horizontal du collimateur, on lit le cercle et le niveau. Cette méthode a l'inconvénient d'ajouter aux erreurs possibles du procédé précédent les erreurs de pointés des fils l'un sur l'autre.

L'application de ces méthodes suppose d'ailleurs que les tourillons sont bien circulaires. C'est un point sur lequel nous aurons à revenir.

M. Bruck[1], au lieu de placer la fiole sur le cercle divisé, trouve plus pratique d'employer la platine du micromètre. Les angles sont mesurés par un nadir en amenant chaque fois le fil mobile de déclinaison en coïncidence avec son image.

On doit déterminer la valeur des divisions du niveau à des températures différentes comprises dans les limites des températures d'observation. On s'assurera de la sorte si la valeur d'une division change avec la tempé-

[1] Bruck, **5**, *Bull. astr.*, t. XXIII, p. 364.

rature. S'il en était ainsi, on pourrait représenter la valeur d'une division de l'échelle, d'une façon suffisamment précise, par une expression de la forme

$$\nu = \nu_0 + c\,(t - t_0),$$

ν_0 étant la valeur de ν à la température t_0 et c une constante.

L'*examinateur de niveaux* est basé sur le même principe que les méthodes précédentes, c'est-à-dire la mesure du déplacement angulaire du niveau correspondant à un déplacement déterminé de la bulle. Cet appareil (fig. 109) se compose de deux tiges prismatiques rectangulaires BC, AH assemblées en forme de T. Cet assemblage est porté par trois vis d'acier verticales dont les parties inférieures sont convexes et polies. Celle de ces vis A qui se trouve à l'extrémité du grand bras et qu'on appelle la vis micrométrique est d'un très petit pas et doit être travaillée avec le plus grand soin. Cette vis est munie d'une tête en forme de plateau circulaire (tambour) d'assez grand rayon et dont le contour est divisé en un grand nombre de parties égales. Un index est placé en regard. Si, par exemple, le tambour est divisé en 200 parties, chaque partie donne le $\frac{1}{200}$ du pas; on évalue les fractions de partie au dixième. On peut ainsi mesurer les moindres déplacements : si le pas de la vis est de $0^m,0005$, une division correspond à $\frac{1}{400}$ de millimètre. Les vis calantes reposent sur deux plaques de verre planes, l'une supportant les vis du petit bras, l'autre la vis micrométrique. Ces supports de verre sont d'ailleurs pourvus eux-mêmes de vis

calantes et de petits niveaux auxiliaires dont la justesse a été soigneusement vérifiée.

Soient d la distance HP mesurée avec la plus grande

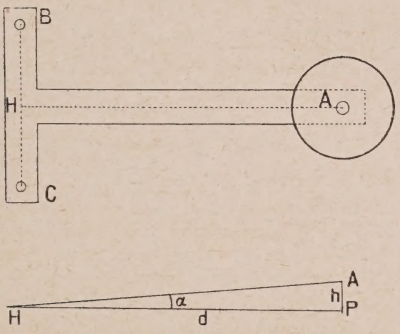


Fig. 109.

précision, h le pas AP de la vis micrométrique; le triangle rectangle HAP donne la relation

$$\text{tang } \alpha = \frac{h}{d},$$

ou, comme l'angle α est très petit,

$$\sin \alpha = \frac{h}{d},$$

et en secondes d'arc :

$$\alpha \sin 1'' = \frac{h}{d},$$

d'où :

$$\alpha = \frac{h}{d \sin 1''}.$$

Si n est le nombre des divisions du tambour, la valeur angulaire d'une division sera :

$$\frac{h}{nd}\frac{1}{\sin 1''},$$

et si, à un déplacement de k divisions du niveau, correspond un déplacement de p divisions du tambour évalué à l'index, la valeur ν d'une partie du niveau aura pour expression :

$$\nu = \frac{1}{k}\frac{hp}{nd}\frac{1}{\sin 1''}.$$

Les précautions à prendre dans l'emploi de l'examinateur de niveaux sont bien évidemment les mêmes que précédemment : il est de toute urgence de laisser le niveau et le comparateur se mettre en équilibre de température avec l'air de la salle, afin d'obtenir la constance de la longueur de la bulle. On doit aussi, après avoir cheminé dans un sens, opérer une seconde fois en marchant en sens contraire pour revenir à la position initiale.

Les méthodes que nous venons d'exposer permettent de vérifier la courbure intérieure du niveau. Les déplacements de la bulle doivent, en effet, être proportionnels aux déplacements angulaires du cercle gradué ou de la vis du comparateur.

Lorsqu'on fait usage d'un niveau où l'on peut régler les dimensions de la bulle en lui donnant une longueur suffisamment petite, on n'utilisera que les divisions voisines du milieu de la fiole, et il ne sera pas utile d'étudier le niveau dans toute sa longueur. Il ne faut toutefois pas réduire trop la longueur de bulle, ainsi que nous l'avons déjà dit.

92. **Rectification de l'inclinaison de l'axe de rotation.** — Nous avons donné (§ 18) la description de la monture des coussinets. Nous allons montrer comment, avec ce dispositif, on peut arriver à rendre l'inclinaison de l'axe de rotation sinon nulle, du moins très petite. Soient α l'angle du coin, h le déplacement en hauteur (face verticale) correspondant à un déplacement l dans le sens de la longueur (face horizontale). Appelons d la distance des branches du niveau, distance qui, en général, est celle des milieux des tourillons, β l'inclinaison exprimée en secondes d'arc. Il faut, pour annuler l'inclinaison, déplacer en hauteur le tourillon de la quantité $d \sin \beta$. D'autre part, on a entre h et l la relation

$$h = l \operatorname{tang} \alpha,$$

et en y donnant à h la valeur $d \sin \beta$, on en déduit pour la valeur cherchée x du déplacement du coin en longueur :

$$x = \frac{d \sin \beta}{\operatorname{tang} \alpha}.$$

Appelons p le pas de la vis et ξ le nombre de tours correspondant à la longueur x; on a :

$$\xi = \frac{x}{p} = \frac{d}{p \operatorname{tang} \alpha} \sin \beta,$$

expression dans laquelle le premier facteur peut se calculer une fois pour toutes : c'est une constante de l'instrument.

On arrive beaucoup plus rapidement au même résultat en plaçant le niveau sur les tourillons et en agissant lentement sur la vis de rectification (déplacement du tourillon en hauteur), jusqu'à ce qu'on ait fait marcher

l'une des extrémités de la bulle, dans le sens voulu, d'un nombre de divisions égal à l'inclinaison évaluée en parties du niveau.

93. **Définition du fil sans collimation.** — L'*axe optique* de la lunette est la droite qui joint le centre optique O (fig. 110) de l'objectif au point M, où le fil idéal (ou fil milieu) rencontre le fil repère horizontal. L'axe géométrique s'obtient en abaissant de O une perpendiculaire OC à l'axe de rotation. L'angle MOC de l'axe optique et de l'axe géométrique s'appelle, ainsi que nous l'avons dit, la *collimation de l'axe optique*. Soit v_0 la lecture du tambour pour un fil horaire qui passerait par C ; ce fil est dit *fil sans collimation*. Quant à la collimation COM de l'axe optique, elle est mesurée par CM, c'est-à-dire par la différence $v_0 - v_m$, réduite en secondes, des lectures du tambour quand le fil mobile est en C et en M. Si donc k est la valeur du tour de la vis d'ascension droite, on a, avec le signe conforme aux conventions données précédemment :

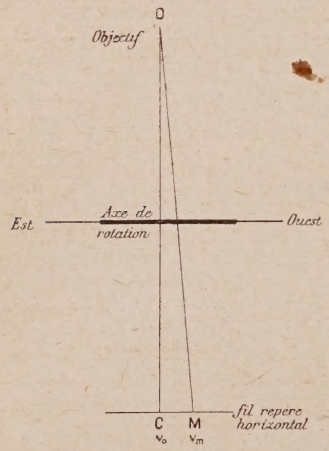


Fig. 110.

$$c = \pm k\,(v_0 - v_m) \begin{cases} \text{Pos. directe.} \\ \text{Pos. inverse.} \end{cases}$$

Dans les instruments bien construits, la valeur de v_0, et par suite celle de c, présente une grande constance. Il y a avantage à ce que la valeur de c soit très petite. Nous ferons remarquer que, dans une révolution complète de la lunette, l'axe géométrique décrit un plan perpendiculaire à l'axe des tourillons et que l'axe optique décrit un cône très ouvert dont l'angle au sommet est égal à $180^\circ - 2c$. La collimation c peut se déterminer, comme l'inclinaison β, par des opérations physiques.

94. **Détermination de la collimation par retournement.** — Dans les instruments réversibles, on obtient la collimation par retournement sur un objet terrestre présentant un point bien défini qu'on puisse observer sans changer la mise au point. Il est évident que s'il existe une mire, son emploi est tout indiqué dans cette détermination.

Supposons, pour fixer les idées, la lunette horizontale et dans la position directe (fig. 111, 1°), prenons pour plan de la figure le plan horizontal passant par la ligne EW (Est-Ouest). Soient OM_d l'axe optique, OC l'axe géométrique (perpendiculaire abaissée de O, centre optique de l'objectif, sur l'axe de rotation), $O\mu$ la ligne qui joint le centre optique O à l'image μ de la mire. La distance $M_d\mu$ est égale à $C\mu - CM_d$. Retournons la lunette (fig. 111, 2°), et soit OM_i la position de l'axe optique. L'image de la mire se fait toujours en μ, et la distance $M_i\mu$ est égale à $C\mu + CM_i$. Ainsi, on a :

$$M_d\mu = C\mu - CM_d \qquad \text{Pos. dir.}$$

$$M_i\mu = C\mu + CM_i \qquad \text{Pos. inv.}$$

Mais CM_d est égal à CM_i, c'est dans les deux positions la mesure de la collimation ; on déduit, par différence, des deux égalités précédentes :

$$CM_i + CM_d = M_i\mu - M_d\mu,$$

ou :

$$c = \frac{1}{2}(M_i\mu - M_d\mu);$$

ainsi la collimation est égale à la demi-différence des

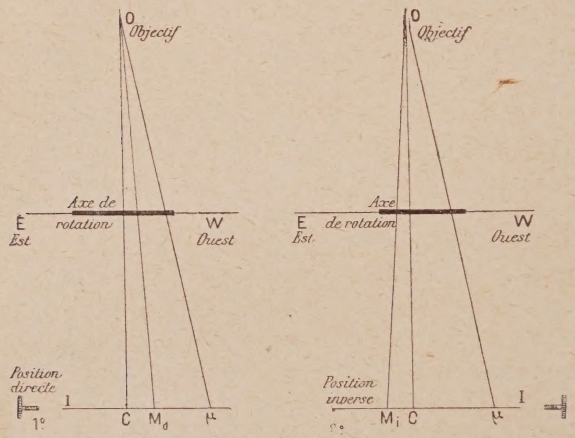


Fig. 111.

distances de la mire au fil milieu, dans les deux positions de la lunette (inverse et directe).

On peut présenter ce résultat sous une autre forme.

Appelons v_d et v_i les pointés sur la mire dans les deux positions, v_m le pointé sur le fil milieu ; on a en

désignant par I le point qui répond au zéro de l'index :

$$M_d\nu = I\nu - CM_d - IC = v_d - c - v_0,$$
$$M_i\nu = M_iC + IC - I\nu = + c + v_0 - v_i,$$

et, par suite,

$$c = \frac{1}{2}(-v_i + c + v_0 + v_0 + c - v_d);$$

ou bien :

$$v_0 = \frac{v_d + v_i}{2};$$

c'est-à-dire que la lecture correspondant au fil sans collimation s'obtient en prenant la moyenne des deux lectures de la mire, position directe et position inverse. On aura ensuite c par la formule donnée plus haut :

$$c = \pm k(v_0 - v_m) \begin{cases} \text{Pos. dir.} \\ \text{Pos. inv.} \end{cases}$$

La précision du résultat dépend de l'exactitude des pointés sur la mire. En prenant les précautions que nous avons indiquées pour atténuer les oscillations de la mire, on obtiendra des valeurs suffisamment précises, surtout si le retournement est effectué assez rapidement. Il faut éviter de déterminer la collimation quand l'image de la mire est agitée ou ondulante, car il est alors difficile de se rendre compte du point qui répond à la moyenne des positions occupées par le petit cercle éclairé. On pourrait, bien entendu, effectuer le retournement non sur la mire, mais sur une croisée de fils situés au foyer d'un télescope collimateur. En disposant ce télescope comme collimateur zénithal, on déterminera la collimation au zénith. Un collimateur de ce genre a été installé

au Cercle méridien du jardin (Observatoire de Paris); il est porté par un bras horizontal qui permet de l'amener au-dessus de l'objectif, la lunette pointée au zénith.

Le retournement se faisant facilement en quelques minutes, on peut admettre l'invariabilité du télescope pendant ce temps. Lorsqu'on disposera de deux mires (Nord et Sud), on déterminera le v_0 à l'aide de chacune de ces mires; on aura ainsi une excellente vérification de la valeur de la collimation.

95. **Détermination de la collimation à l'aide de deux collimateurs.** — Il peut arriver que dans le retournement le plan azimutal de la lunette subisse une légère déviation. On évite cet inconvénient en adoptant la méthode de Gauss[1], qui consiste à placer deux collimateurs, l'un au Sud, l'autre au Nord, dans le plan horizontal passant par le centre du cube de la lunette. La méthode par retournement étant d'ailleurs impossible à appliquer dans le cas des instruments non réversibles, c'est à la méthode des collimateurs qu'on a généralement recours dans ce cas. Les deux collimateurs, dont on a préalablement vérifié la mise au point, sont placés sur leurs supports. On s'assure, en les pointant successivement avec la lunette, que les fils sont parallèles à ceux de la lunette. Les lectures du cercle sur les deux collimateurs (fils horizontaux) doivent différer exactement de 180°. On place ensuite la lunette verticalement, on ouvre le cube de façon à pouvoir pointer, avec le fil vertical mobile d'un des télescopes, l'image

[1] Airy, 1, *Greenwich observations*, 1852, Introduction, p. IV, et Appendix I, p. [22].

du fil vertical fixe de l'autre. On place ensuite le fil mobile sur ce fil fixe en amenant le tambour à la moyenne des lectures effectuées; les axes optiques des télescopes sont alors identiques.

Plaçons l'objectif de la lunette au Sud, et avec le fil mobile pointons l'image M du fil vertical du collimateur Sud. Soient O (fig. 112) le centre optique de l'objectif.

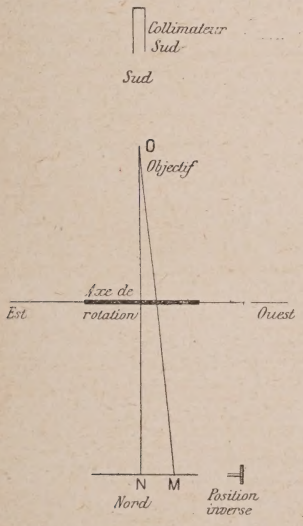


Fig. 112.

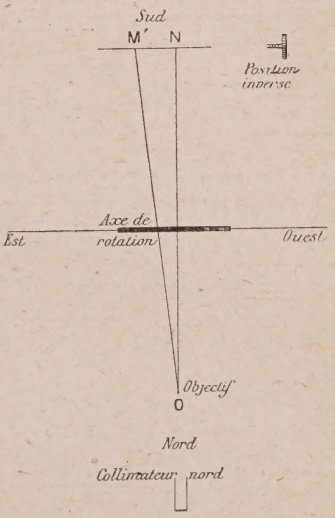


Fig. 113.

ON l'axe géométrique de la lunette, v_0 la lecture correspondant à N, s la lecture pour le pointé sur le télescope Sud, k la valeur du tour de la vis micrométrique. On a :

$$\text{NOM} = k\,(s - v_0).$$

Faisons tourner la lunette de 180° pour pointer le télescope Nord. Par O (fig. 113) menons une parallèle OM' à OM; nous aurons en M' l'image du fil du collimateur Nord. Soit n la lecture du tambour correspondant à M'; on a :

$$\text{NOM}' = k(v_0 - n).$$

Les angles NOM, NOM' étant égaux, on en conclut :

$$s - v_0 = v_0 - n,$$

d'où

$$v_0 = \frac{1}{2}(n + s).$$

On aura ensuite c par la formule donnée précédemment.

Dans la pratique, on s'assure généralement que les différentes parties, lunette et collimateurs, n'ont pas éprouvé de grandes variations pendant la détermination. Pour cela, après avoir établi la coïncidence des collimateurs, on pointe avec la lunette le télescope Sud, puis le télescope Nord, on fait une nouvelle série de pointés sur le télescope Sud et une nouvelle coïncidence. Au lieu d'une lecture au Sud, on prend la moyenne des deux séries qu'on combine avec la lecture Nord. Il ne doit y avoir que de très petites différences entre les deux coïncidences, et aussi entre les deux séries de pointés au Sud.

96. **Détermination de la collimation par des observations de passage.** — On peut, au lieu d'employer un procédé physique, déterminer la collimation par une méthode semblable à celle indiquée pour obtenir l'inclinaison de l'axe de rotation; seulement, au

lieu de combiner les observations directes et réfléchies d'une étoile, on compare les observations d'une même étoile dans les deux positions de la lunette. Cette méthode exige qu'on puisse effectuer le retournement très rapidement et aussi qu'on observe des étoiles voisines du pôle.

Soient h_1 et h_2 les heures des passages au fil idéal d'une étoile observée dans les deux positions de la lunette, c_p et c'_p les corrections de la pendule aux temps h_1 et h_2. On aura, en prenant la formule corrective de Mayer, pour l'heure H du passage au méridien déduite de chaque passage (nous admettrons pour fixer les idées qu'il s'agisse de passages supérieurs) :

$$H = h_1 + c_p + \alpha \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \beta \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \frac{c - \varkappa}{\cos \delta},$$

$$H = h_2 + c'_p + \alpha \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \beta \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} - \frac{c - \varkappa}{\cos \delta};$$

d'où, par soustraction,

$$0 = h_2 - h_1 + \Delta c_p - \frac{2c}{\cos \delta}, \qquad (\Delta c_p = c'_p - c_p),$$

et :

$$c = \frac{1}{2}(h_2 - h_1 + \Delta c_p) \cos \delta.$$

Si les deux observations ont été faites au même pas-

sage, on pourra évidemment négliger la variation de c_p, et la collimation du fil milieu sera :

$$c = \frac{1}{2}(h_2 - h_1)\cos(\beta).$$

97. **Détermination de la collimation à l'aide du bain de mercure.** — Soient AB (fig. 114) l'axe

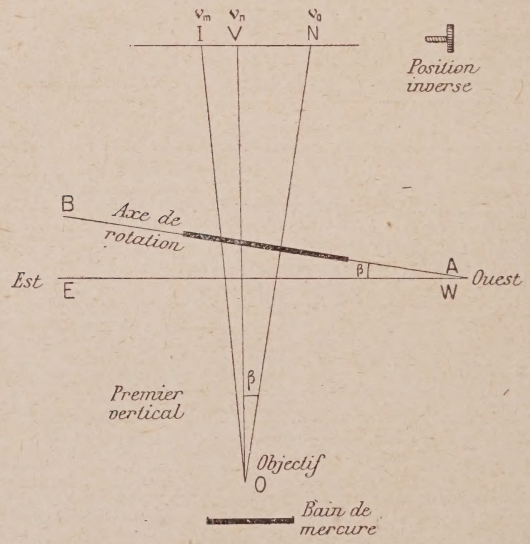


Fig. 114.

de rotation de la lunette dont l'inclinaison est égale à β, OV la verticale, OI l'axe optique et ON l'axe géométrique perpendiculaire à AB. On a :

$$\mathrm{ION} = c, \qquad \mathrm{VON} = \mathrm{BAE} = \beta.$$

Mais

$$\mathrm{ION} = \mathrm{VON} + \mathrm{IOV};$$

donc

$$c = \beta + k\,(v_m - v_n);$$

v_n désignant la lecture du tambour correspondant à la position du fil mobile d'ascension droite en coïncidence avec son image.

Si dans cette formule nous remplaçons β par sa valeur du § 88, $-k\,(v_0 - v_n)$, nous retrouvons la valeur de c en fonction de v_m et de v_0 donnée au § 93.

98. **Rectification de la position de l'axe optique.** — Il suffit évidemment, pour annuler la collimation, de déplacer dans le sens convenable le cadre qui porte les fils. On pourrait dans le même but déplacer le centre optique de l'objectif; mais le mode de montage de cette partie de la lunette ne permet pas d'employer ce procédé, d'autant moins qu'on ne pourrait pas effectuer un réglage systématique. Toutes les fois qu'on enlève l'objectif pour le nettoyer, on est exposé à avoir un changement très sensible de collimation, malgré le repérage des verres par rapport au barillet et le soin qu'on apporte au remontage de l'objectif. C'est ainsi qu'au dernier nettoyage de l'objectif du Grand Instrument méridien de Paris, la collimation a passé de $+0^s,75$ à $-1^s,10$.

Voyons comment on doit opérer sur la plaque micrométrique. Soient AB (fig. 115) l'axe de rotation, ON l'axe géométrique, OM l'axe optique. Il faut annuler l'angle NOM, c'est-à-dire amener le fil idéal en N. Ce fil n'a pas d'existence réelle; mais, si en agissant sur le

cadre on déplace un fil quelconque de MN, tous les fils seront déplacés de la même quantité et il en sera de même de leur moyenne. La distance NM ou c a pour

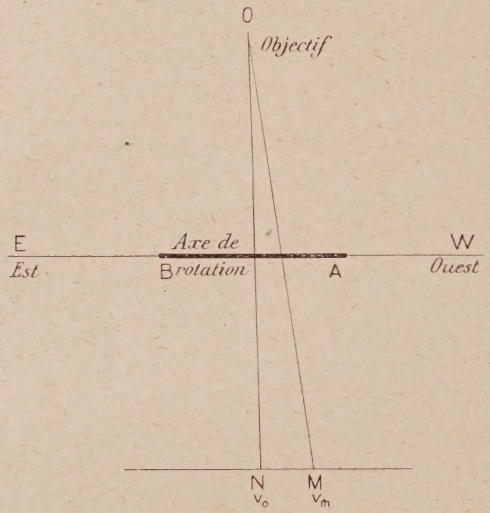


Fig. 115.

expression en secondes : $k\,(v_0 - v_m)$. On aura, en parties du tambour :

$$v_0 - v_m = \frac{c}{k}\,.$$

On pointe alors un fil fixe quelconque avec le fil mobile, on déplace ce dernier de $\frac{c}{k}$ parties, puis on agit sur la plaque du micromètre pour amener le fil fixe choisi en coïncidence avec le fil mobile dans sa deuxième position.

La collimation présente généralement une grande constance, et il n'y a que rarement lieu de régler la position de l'axe optique. Quelques astronomes pensent rendre la collimation plus stable encore en supprimant l'appareil de réglage de la boîte micrométrique. C'est ainsi qu'au Grand Instrument méridien de l'Observatoire de Paris, on ne peut modifier la collimation que par tâtonnements en déplaçant l'objectif. Ce mode d'installation du micromètre n'a pas d'inconvénient lorsque la valeur de c est petite ; mais, lorsqu'elle dépasse une certaine limite, le réglage ne peut être effectué que par le constructeur. Il semblerait que le réticule en verre[1] donne plus de stabilité que celui en fils d'araignée. Enfin il est utile de faire remarquer que la collimation peut éprouver de petites variations périodiques. M. Gonnessiat[2] a pu constater au Cercle méridien de l'Observatoire de Lyon une variation de la constante de collimation pendant les observations du Soleil, variation qu'il est difficile d'attribuer à une autre cause qu'à l'échauffement, durant le passage, des pièces du micromètre. La déviation constatée se produisait toujours dans le même sens, quelle que fût la position de l'instrument. Le déplacement semblait à peu près proportionnel au temps pendant lequel les rayons solaires tombaient dans l'instrument.

99. **Détermination de l'azimut de la lunette.** — La valeur de la déviation azimutale s'obtient par la combinaison des observations de passage de deux

[1] Holden, **2**, *The sidereal Messenger*, vol. III, p. 199.

[2] Gonnessiat, **6**, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, t. II, p. 92, note 2.

étoiles de déclinaisons différentes δ et δ'. Cet élément ne peut pas se déterminer pas un procédé physique.

Supposons qu'il s'agisse de passages supérieurs et soient h_1 et h_2 les heures du passage en temps de la pendule, c_p et c'_p les corrections de la pendule aux instants h_1 et h_2. La formule de Mayer nous donnera pour la valeur de l'ascension droite de chacune des étoiles :

$$\mathrm{AR} = h_1 + c_p + \frac{1}{\cos\delta}\Big[\alpha \sin(\varphi - \delta) + \beta\cos(\varphi - \delta) + (c - \varkappa)\Big],$$

$$\mathrm{AR}' = h_2 + c'_p + \frac{1}{\cos\delta'}\Big[\alpha \sin(\varphi - \delta') + \beta\cos(\varphi - \delta') + (c - \varkappa)\Big].$$

En soustrayant membre à membre, on a :

$$\mathrm{AR}' - \mathrm{AR} = h_2 - h_1 + c'_p - c_p + \alpha\left[\frac{\sin(\varphi - \delta')}{\cos\delta'} - \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos\delta}\right] + \mathrm{E}' - \mathrm{E},$$

les quantités E et E′ ne dépendant que des quantités connues β, c, $\varkappa$, φ, δ et δ'. Posons :

$$\eta_1 = h_1 + c_p + \mathrm{E}, \quad \eta_2 = h_2 + c'_p + \mathrm{E}',$$

ce qui revient à dire que les heures η_1 et η_2 sont les heures des passages corrigées en raison de la marche de la pendule, de l'inclinaison, de la collimation et de l'aberration diurne. Il vient alors :

$$\mathrm{AR}' - \mathrm{AR} = \eta_2 - \eta_1 + \alpha\frac{\cos\varphi\sin(\delta - \delta')}{\cos\delta\cos\delta'},$$

d'où l'on tire la valeur de α :

$$\alpha = \Big[(\mathrm{AR}' - \mathrm{AR}) - (\eta_2 - \eta_1)\Big]\frac{\cos\delta\cos\delta'}{\cos\varphi\sin(\delta - \delta')},$$

ce qu'on peut écrire :

$$\alpha = \frac{(AR' - AR) - (\eta_2 - \eta_1)}{\cos \varphi \, (\text{tang } \mathfrak{D} - \text{tang } \mathfrak{D}')}.$$

La discussion de cette formule permet de déterminer les conditions que doivent remplir les étoiles à observer pour avoir α avec la plus grande précision. La différence $\eta_2 - \eta_1$ dépend en partie de la différence des corrections de la pendule : l'intervalle entre les observations doit donc être aussi petit que possible pour que cette différence ne soit pas affectée par les incertitudes qui pourraient résulter de la correction de l'horloge sidérale. Par conséquent, on doit prendre des étoiles dont les ascensions droites sont peu différentes si on les observe toutes deux au passage supérieur ou au passage inférieur; mais on choisira des étoiles ayant une différence d'ascension droite voisine de 12 h. si l'une est observée au passage supérieur et l'autre au passage inférieur. D'autre part, l'erreur dans la détermination de α sera d'autant moindre que le dénominateur sera plus grand. On devra donc faire choix de deux étoiles de déclinaisons très différentes, c'est-à-dire une étoile circompolaire et une étoile équatoriale. Mais, d'un autre côté, il ne faut pas perdre de vue que l'observation des circompolaires ne se fait pas avec la même précision que celle des étoiles équatoriales. Les polaires sont généralement observées en deux groupes de dix pointés chacun, autant que possible l'un avant, l'autre après le méridien. La réduction séparée de chaque groupe donne une idée de la précision avec laquelle on peut obtenir la correction de pendule à l'aide d'une polaire. Sur mille observations, nous en avons trouvé

70 où les deux groupes donnent le même dixième; 130 où la différence est $0^s,1$ et $0^s,2$; 100 où elle est de $0^s,3$ et $0^s,4$; 60 avec des écarts de $0^s,5$ à $0^s,7$; 30 correspondent à des différences de $0^s,8$ à $1^s,2$, etc... Les écarts peuvent aller jusqu'à 5 secondes. On conçoit d'après cela qu'il convient d'observer plusieurs groupes pour avoir une valeur de α ayant quelque précision.

Si l'instrument est assez stable pour qu'on puisse admettre la constance de l'azimut pendant douze heures, on pourra déterminer α par les observations de la même étoile à ses deux passages. Dans ce cas, $\mathfrak{D}'$ est le supplément de $\mathfrak{D}$, et l'on a :

$$\alpha = \frac{12 + \Delta\mathcal{R} - (\eta_2 - \eta_1)}{2 \cos \varphi \operatorname{tang} \mathfrak{D}},$$

$\Delta\mathcal{R}$ étant la petite variation de l'ascension droite résultant de la précession et de la nutation.

100. **Détermination des constantes m et n de la formule de Bessel. Calcul de α.** — Nous avons calculé α en réduisant les passages à l'aide de la formule de Mayer. Nous allons traiter le même problème en faisant usage de la formule de Bessel. La méthode que nous donnons est celle suivie à l'Observatoire de Paris et exposée dans les préambules des Annales (Observations).

Considérons une circompolaire d'ascension droite $\mathcal{A}$ et de déclinaison $\mathfrak{D}$, une étoile horaire d'ascension droite $\mathcal{A}'$ et de déclinaison $\mathfrak{D}'$. Soient t_m et t'_m les passages observés, c_p et c'_p les corrections de la pendule aux époques t_m et t'_m; on a :

$$\mathcal{A} = t_m + c_p + m \pm n \operatorname{tang} \mathfrak{D} \pm (c - \alpha) \sec \mathfrak{D} \begin{cases} \text{PS} \\ \text{PI} \end{cases},$$

$$\mathfrak{h}' = t'_m + c'_p + m + n \operatorname{tang} \mathfrak{D}' + (c - \varkappa) \operatorname{séc} \mathfrak{D}'.$$

De ces deux égalités on déduit par différence, en appelant Δc_p la variation de la pendule dans l'intervalle des deux observations :

$$(\mathfrak{h} - t_m) - (\mathfrak{h}' - t'_m) + \Delta c_p = n (\pm \operatorname{tang} \mathfrak{D} - \operatorname{tang} \mathfrak{D}') + (c - \varkappa) (\pm \operatorname{séc} \mathfrak{D} - \operatorname{séc} \mathfrak{D}') \begin{cases} \text{PS} \\ \text{PI} \end{cases}.$$

Appelons Δ le premier membre dans lequel nous supposons Δc_p nul (on peut toujours choisir les étoiles assez rapprochées pour que cette dernière condition soit réalisée) ; l'équation précédente s'écrit :

$$n = \pm \frac{\Delta}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}} - \frac{c - \varkappa}{\sin \mathfrak{D}} \pm \frac{(c - \varkappa) \operatorname{séc} \mathfrak{D}'}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}} \pm n \frac{\operatorname{tang} \mathfrak{D}'}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}} \begin{cases} \text{PS} \\ \text{PI} \end{cases};$$

sin $\mathfrak{D}$ et séc $\mathfrak{D}'$ diffèrent de l'unité d'une quantité très petite et négligeable ; tang $\mathfrak{D}$ a, au contraire, une valeur relativement assez grande. On aura donc avec une approximation suffisante :

$$n = \pm \frac{\Delta}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}} - (c - \varkappa) \pm \frac{c - \varkappa}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}} \pm n \frac{\operatorname{tang} \mathfrak{D}'}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}} \begin{cases} \text{PS} \\ \text{PI} \end{cases}.$$

Le dernier terme est toujours très petit, très souvent négligeable. On calcule d'abord :

$$n_1 = \pm \frac{\Delta}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}} - (c - \varkappa) \pm \frac{c - \varkappa}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}},$$

puis

$$n_2 = \pm n_1 \frac{\operatorname{tang} \mathfrak{D}'}{\operatorname{tang} \mathfrak{D}},$$

en admettant, vu la petitesse de $\tan g(\Phi)'$, qu'on peut dans le produit $n \tan g\ (\Phi)'$ substituer n_1 à n. On a finalement :

$$n = n_1 + n_2.$$

Dans la pratique, au lieu d'une étoile horaire, on en prend plusieurs, trois par exemple, et, dans les formules précédentes, on met, pour $\mathcal{M}' - t'_m$ et $(\Phi)'$, la moyenne des valeurs fournies par les étoiles employées. Si la déclinaison des étoiles horaires reste comprise entre $\pm 10^\circ$, ces formules conservent toute la précision nécessaire tant que les constantes $c - \varkappa$ et n n'atteignent pas une valeur de plus de 5 secondes. Or on ne laisse jamais ces quantités dépasser 1 seconde ou $1^s,5$.

Connaissant n, on en déduira α par la formule

$$\alpha = \frac{\beta \sin \varphi - n}{\cos \varphi},$$

et m par la relation

$$m = \beta \cos \varphi + \alpha \sin \varphi.$$

Nous avons donc maintenant tous les éléments nécessaires au calcul de la correction I.

101. **Emploi de la mire dans la détermination de l'état de l'instrument.** — Nous avons dit quelle incertitude peut présenter l'observation d'une circompolaire; aussi on ne doit pas baser l'état de l'instrument sur une seule observation. De plus il n'est pas toujours possible, dans une série d'observations, d'avoir le passage d'une polaire; il en résulte une discontinuité dans les valeurs de $\varkappa$ qui peut en rendre l'interpolation difficile ou douteuse. L'observation suivie de la mire, grâce à la stabilité de son azimut, permet

d'obtenir des résultats qui, déduits d'une série d'observations, peuvent inspirer plus de confiance que ceux fournis par une observation isolée.

Comme il s'agit de substituer provisoirement l'azimut de la mire à celui de la lunette, nous établirons d'abord la relation qui lie ces deux quantités. Dési-

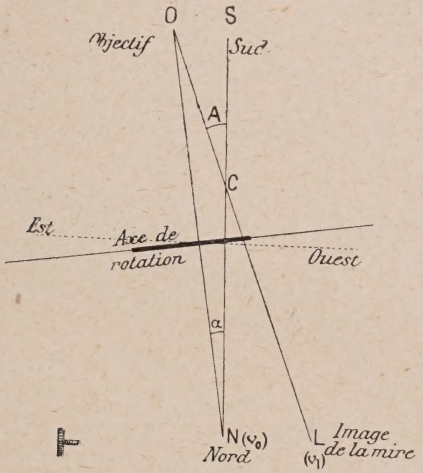


Fig. 116.

gnons par A l'azimut de la mire, affecté du signe + ou du signe — suivant que le côté Sud de l'axe optique de la mire est à l'Est ou à l'Ouest de la méridienne. Supposons, pour fixer les idées, la lunette dans la position directe (tête de vis à l'Est) et pointée vers le Sud. Soient O (fig. 116) le centre optique de l'objectif de la lunette, ON la ligne sans collimation (lecture v_0 au tambour), L l'image de la mire dans le plan du réti-

cule (lecture v_l au tambour), NS la ligne Nord-Sud. L'angle ONS est l'azimut α de la lunette, et l'angle OCS est l'azimut A de la mire. On a :

$$\text{OCS} = \text{ONS} + \text{NOL},$$

ou, en appelant k la valeur du tour de la vis micrométrique :

$$A = \alpha + k(v_0 - v_l).$$

Dans la position inverse de la lunette, on aura :

$$A = \alpha - k(v_0 - v_l).$$

On peut réunir les deux formules en une seule :

$$A = \alpha \pm k(v_0 - v_l) \quad \begin{cases} \text{Pos. dir.} \\ \text{Pos. inv.} \end{cases}$$

relation qui donne A pour chaque valeur de α déduite de l'observation d'une polaire et qui, inversement, donne α en fonction de A :

$$\alpha = A \mp k(v_0 - v_l) \quad \begin{cases} \text{Pos. dir.} \\ \text{Pos. inv.} \end{cases}$$

Dans les instruments méridiens bien installés, la mire présente souvent une grande stabilité; son azimut peut rester constant pendant de longues périodes. D'un autre côté, les pointés sur la mire (point sensiblement fixe) se font posément et, par suite, avec plus de précision que les pointés sur une circompolaire (point mobile, souvent diffus et ondulant), quelle que soit la lenteur du déplacement. On emploiera les observations des circompolaires à la détermination d'une valeur moyenne de l'azimut A de la mire pendant tout le temps où cet azimut semble osciller autour d'une valeur moyenne constante. L'observation de la mire (pointé v_l)

combinée avec la valeur moyenne A de son azimut donnera l'azimut α de la lunette.

Le procédé que nous venons d'exposer donne bien un état moyen de l'instrument pendant la période choisie, mais il n'est pas à l'abri de critiques. D'habiles et savants observateurs, — nous citerons entre autres Stone, — trouvent qu'il est plus exact de déterminer l'état de l'instrument avec les éléments obtenus pendant la série d'observations. Les faits en assez grand nombre que nous avons rapportés sur le jeu des diverses parties de l'instrument justifient pleinement cette manière de voir.

M. Braun[1] a proposé l'emploi d'une méthode graphique qui permet de faire concourir toutes les étoiles de la série à la détermination des constantes c et α. La précision des résultats serait aussi grande que par le calcul.

102. **Correction des ascensions droites des circompolaires déduite des azimuts de mire.** — La méthode exposée dans le paragraphe précédent suppose que l'ascension droite de la circompolaire est connue très exactement. Toutefois, après avoir réduit les observations d'une année, par exemple, si on constate pour cette circompolaire des différences dans les azimuts de mire suivant qu'ils proviennent d'un passage supérieur ou d'un passage inférieur, ces divergences ne pouvant résulter que de l'erreur de l'ascension droite α adoptée, on pourra les faire servir au calcul de la correction $\delta\alpha$ de cette coordonnée. Appelons n_s la valeur

[1] Braun, *Astr. Nach.*, vol. CIX, col. 33; voir aussi Safford, *Astr. Nach.*, vol. CIX, col. 243.

de n déduite de l'observation d'un passage supérieur de la circompolaire en adoptant la valeur $\mathfrak{h}$ de l'éphéméride ; on a :

$$\mathfrak{h} = t + c_p + m + n_s \operatorname{tang} (\mathfrak{D}) + (c - \varkappa) \operatorname{séc} (\mathfrak{D}).$$

D'autre part, avec l'ascension droite corrigée, on aurait :

$$\mathfrak{h} + \delta\mathfrak{h} = t + c_p + m + n \operatorname{tang} (\mathfrak{D}) + (c - \varkappa) \operatorname{séc} (\mathfrak{D}).$$

On déduit de ces égalités, en les soustrayant membre à membre :

$$\delta\mathfrak{h} = (n - n_s) \operatorname{tang} (\mathfrak{D}).$$

Pour un passsage inférieur, on trouve de même :

$$\delta\mathfrak{h} = (n_i - n) \operatorname{tang} (\mathfrak{D}),$$

et, en ajoutant ces deux égalités, il vient :

$$2\delta\mathfrak{h} = (n_i - n_s) \operatorname{tang} (\mathfrak{D}),$$

formule qui donnerait $\delta\mathfrak{h}$ si la stabilité de l'instrument permettait de compter sur l'invariabilité des n. On préfère introduire les azimuts de mire qui paraissent plus stables. On a :

$$\Lambda = \alpha + k (v_0 - v_l),$$

$$\Lambda \cos \varphi = \alpha \cos \varphi + k (v_0 - v_l) \cos \varphi ;$$

mais

$$n = - \alpha \cos \varphi + \beta \sin \varphi \quad \text{ou} \quad \alpha \cos \varphi = - n + \beta \sin \varphi ;$$

donc on peut écrire :

$$\Lambda \cos \varphi = - n + \beta \sin \varphi + k (v_0 - v_l) \cos \varphi,$$

et, en faisant la distinction des passages,

$$\Lambda_s \cos \varphi = - n_s + \beta \sin \varphi + k (v_0 - v_l) \cos \varphi,$$

$$\Lambda_i \cos \varphi = - n_i + \beta \sin \varphi + k (v_0 - v_l) \cos \varphi ;$$

d'où, par soustraction :

$$A_s \cos \varphi - A_i \cos \varphi = n_i - n_s,$$

et :

$$\delta c = \frac{1}{2} (A_s - A_i) \cos \varphi \operatorname{tang} (\Phi).$$

Dans la pratique, on tirera A_s et A_i de l'ensemble des passages supérieurs et de l'ensemble des passages inférieurs pendant une période où les azimuts de la mire peuvent être regardés comme constants. On devra aussi s'assurer que la valeur de $A \cos \varphi$ (qu'on appelle souvent la *constante de la mire*) est la même dans les deux positions

103. — **Rectification de l'azimut de la lunette.** — L'appareil de rectification permet de déplacer l'axe de rotation en le faisant tourner dans le plan horizontal autour d'une droite verticale idéale passant par le tourillon opposé à celui sur lequel on agit. L'angle dont tourne l'axe de rotation est égal à l'angle dont tourne la lunette ; il sera donc facile de calculer la longueur du déplacement linéaire de la vis et, connaissant son pas, le nombre de tours à effectuer. Mais il est beaucoup plus simple de se servir de la mire. La relation qui lie α et A montre que les variations de α et de v_i sont dans un rapport constant et égal à k, valeur du tour de la vis micrométrique. Pour corriger de α l'azimut, il faudra déplacer de $\frac{\alpha}{k}$ parties. Si donc on a lu v sur la mire en la pointant avec le fil mobile, on placera ce fil à la division $v_i + \frac{\alpha}{k}$, et on agira sur l'appareil de rectification jusqu'à ce que le fil mobile soit

de nouveau sur le trou circulaire ou sur la croisée des fils de la mire.

104. **Variations secondaires en azimut et en inclinaison. Flexion latérale.** — Ces variations sont soumises à des lois qu'il est difficile de formuler d'une façon générale. Elles dépendent évidemment du mode d'installation de l'instrument. Les variations de température ont une influence marquée, soit qu'elles se fassent sentir sur la lunette, soit qu'elles se produisent sur les supports. L'effet peut en être périodique ou accidentel. Les variations diurnes en inclinaison et en azimut avaient déjà été signalées par Bessel[1]. Plus récemment, le même fait a été établi à l'Observatoire de Leyde[2], où des changements bien constatés d'azimut avaient pour cause principale une légère torsion, produite par le mouvement du pilier près duquel se tenait l'assistant chargé de la lecture du cercle.

M. Turner[3] a fait une intéressante étude de cette question en discutant les observations faites à Greenwich de 1851 à 1884, et il a pu établir une représentation approchée des variations. Les changements seraient encore la conséquence de l'inégale conductibilité des piliers.

M. Finlay[4] a fait une étude semblable pour le Cercle méridien du Cap, et a, en outre, cherché à déterminer

[1] Bessel, **5**, *Abhandlungen*, t. II, p. 19.

[2] Bakhuyzen, **3**, *Annalen der Sternwarte in Leiden*, tomes V et VI.

[3] Turner, **1**, *Monthly Notices*, vol. XLVII, p. 325; voir aussi *The Observatory*, vol. X, p. 183.

[4] Finlay, *The Observatory*, vol. X, p. 183; voir aussi Gill, *Monthly Notices*, vol. LXVI, p. 189.

les variations progressives de l'inclinaison et de l'azimut. L'installation de nouveaux collimateurs en 1905 a permis de constater une variation régulière d'azimut, atteignant $0^s,02$ à $0^s,03$ en quelques heures. Nous avons rappelé au § 98 les variations de la constante de collimation constatées par M. Gonnessiat pendant l'observation méridienne du Soleil.

Ces quelques exemples suffisent pour montrer qu'il n'est pas permis de négliger ces variations, car, par le fait même de leur périodicité, elles doivent introduire dans les résultats des erreurs systématiques; mais leur détermination présente en général de grandes difficultés.

Les valeurs de la constante de la mire $A \cos \varphi$ diffèrent quelquefois suivant qu'on la déduit des observations faites dans la position directe ou dans la position inverse. La recherche de la cause pouvant amener ces divergences a été faite en 1862, pour la lunette de Gambey [1]. Il a été reconnu que pour rendre compte des différences constatées dans la valeur de $A \cos \varphi$, il suffisait d'admettre une variation de la collimation proportionnelle au sinus de la hauteur, collimation mesurée à l'horizon (collimateurs horizontaux) et au zénith (collimateur zénithal). Ainsi l'axe optique de la lunette dans le mouvement de rotation, au lieu de se maintenir rigide, dévie latéralement et s'incline par rapport à l'horizontale Est-Ouest. Cette déviation, qu'on appelle la *flexion latérale*, résulterait du fléchissement non symétrique des deux parties Est et Ouest de l'axe de rotation. Voici comment M. Péri-

[1] Le Verrier, 7, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations), t. XXIII, p. 38.

gaud[1] explique ce déplacement de l'axe optique. Le cube qui porte l'instrument, sous l'action du poids de la lunette, s'abaisse et tourne en même temps d'un très petit angle autour d'une horizontale parallèle au méridien passant par son centre. On peut admettre que ce double mouvement est le même dans toutes les positions de la lunette. Considérons une de ces positions, l'axe optique étant à une hauteur h au-dessus de l'horizon. Le mouvement d'abaissement dans le sens vertical n'aura aucun effet : le centre optique et le réticule baissant verticalement d'une même quantité, l'axe optique reste parallèle à lui-même. Soit ω l'angle de rotation ; on peut décomposer cette rotation en deux : l'une perpendiculaire à l'axe optique $\omega \sin h$ et l'autre suivant cet axe optique $\omega \cos h$. Cette dernière est de nul effet, et la première fera dévier l'axe optique, dans le plan passant par cet axe et par l'axe de rotation, de $\omega \sin h$. Ainsi cette déviation sera nulle à l'horizon, égale à $\omega \sin h$ à la hauteur h et atteindra sa valeur maxima ω au zénith.

Nous allons démontrer que, pour tenir compte de la flexion latérale, il suffit d'appliquer à l'inclinaison obtenue par l'emploi du niveau une correction ω, en sorte que les trois déviations principales sont l'azimut α, l'inclinaison $\beta + \omega$ et la collimation c. Calculons d'abord la valeur de ω. Nous avons établi au § 100 la formule

$$n_1 = \pm \frac{\Delta}{\operatorname{tang}(h)} - (c - \varkappa) \pm \frac{(c - \varkappa)}{\operatorname{tang}(h)},$$

[1] Périgaud, 3, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations de 1887), p. G. 116.

dans laquelle (δ) est la déclinaison d'une circompolaire. Nous écrirons cette égalité comme il suit :

$$n = \pm \frac{\Delta + c - \varkappa}{\text{tang } (\delta)} + \varkappa - c,$$

et, comme le dénominateur tang (δ) est très grand, nous admettrons que les variations de c sont négligeables dans le premier terme $\frac{\Delta + c - \varkappa}{\text{tang } (\delta)}$; nous pourrons donc écrire, en désignant par k une constante :

$$n = k - c.$$

Supposons la lunette dans la position directe, pointée sur le pôle, et pour fixer les idées, admettons que la déviation résultant de la flexion latérale ait lieu vers l'Est, c'est-à-dire que OC (fig. 117) soit rejeté en OD. La flexion a donc pour conséquence d'augmenter la collimation de COD, angle que nous désignerons par σ. La valeur de c adoptée dans le calcul de n_d (n position directe) est donc trop faible de σ et par suite n_d trop fort de cette même quantité. Dans la position inverse, le contraire a lieu : n_i (n position inverse) est trop faible de σ.

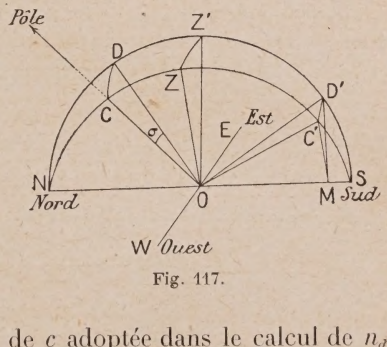


Fig. 117.

La différence $n_d - n_i$, qui serait nulle s'il n'y avait pas de flexion, a pour valeur :

$$n_d - n_i = 2\sigma.$$

Mais ω étant la constante de la flexion latérale, on a :

$$\sigma = \omega \sin \varphi,$$

puisque la lunette est pointée sur le pôle dont la hauteur est φ (latitude du lieu), et, par suite,

$$\omega = \frac{n_d - n_i}{2 \sin \varphi}.$$

En introduisant dans la valeur de ω les azimuts de la mire, on aurait :

$$\omega = \frac{(A_i - A_d) \cos \varphi}{2 \sin \varphi} = \frac{A_i - A_d}{2 \operatorname{tang} \varphi}.$$

Soit maintenant NZS le plan décrit par la ligne sans collimation. S'il y a une flexion latérale, la ligne OC' occupera une position OD' telle que l'angle C'OD' sera égal à ZOZ' sin h ou $\omega \sin h$. Considérons le plan C'MD' perpendiculaire à NS et appelons υ l'angle C'MD'. On a :

$$C'D' = C'M. \upsilon ;$$

mais

$$C'D' = OC'. \widehat{C'OD'}, \quad C'M = OC' \sin C'OM,$$

et alors, comme OC' est égale à OC,

$$OC. \widehat{C'OD'} = OC \sin C'OM. \upsilon,$$

ou

$$OC. \widehat{ZOZ'}. \sin h = OC. \sin h. \upsilon,$$

c'est-à-dire :

$$ZOZ' = \upsilon = C'MD'.$$

Donc, par suite de la flexion latérale, la ligne sans collimation (perpendiculaire à l'axe de rotation) se trouve rejetée dans un plan faisant avec NZS l'angle ω, ce qui revient à dire que l'inclinaison de l'axe de rotation a varié de ω.

La flexion latérale σ pour une direction donnée de la lunette s'ajoute à la collimation horizontale c, de sorte qu'en déterminant par les procédés indiqués la collimation dans la direction donnée, nous obtiendrons la valeur de $\sigma + c$. Nous aurons donc en retournant la lunette sur le collimateur zénithal, sur une mire et sur le bain de mercure (nadir) :

$$\begin{aligned} &\text{collimation zénithale} && c_z = c + \omega, \\ &\text{collimation horizontale} && c_h = c, \\ &\text{collimation nadirale} && c_n = c - \omega, \end{aligned}$$

puisque la flexion latérale a pour valeur $\omega \sin h$. On déduit de ces égalités :

$$\omega = c_z - c_h, \quad \omega = c_h - c_n, \quad \omega = \frac{1}{2}(c_z - c_n);$$

on a ainsi des valeurs de ω qui peuvent fournir une vérification, pour ces trois directions, de l'hypothèse sur laquelle repose la théorie de la flexion latérale.

MM. Fay et Lambert[1] viennent d'imaginer un procédé de détermination du v_0, extension fort ingénieuse de celui exposé au § 96. On peut par cette méthode déterminer expérimentalement l'allure de la variation de collimation aux différentes déclinaisons et, par suite, se rendre compte de la valeur de la loi hypothétique de la flexion latérale.

[1] Fay et Lambert, *Bull. astr.*, t. xxvi.

CHAPITRE III

L'ÉTAT DE LA PENDULE
ASCENSIONS DROITES CONCLUES

105. **Les points de repère sur la sphère céleste.** — Les coordonnées équatoriales des étoiles, l'ascension droite et la déclinaison, changent constamment par suite du déplacement des cercles auxquels on les rapporte (précession, nutation), du mouvement de l'observateur (aberration) et enfin du mouvement propre de l'étoile elle-même. La discussion des documents amassés par de patients observateurs a permis aux astronomes de démêler progressivement les différentes causes des variations des positions stellaires et même d'en mesurer les effets. On a pu déterminer les ascensions droites de certaines étoiles par rapport au point équinoxial ; en comparant les positions de ces étoiles à d'autres voisines, en allant de proche en proche, on a pu assigner aux coordonnées d'un certain nombre d'étoiles des positions très précises sinon rigoureusement exactes. Mais, pour arriver à ce résultat, il a fallu discuter un grand nombre d'observations, vérifier constamment par de nouvelles observations les valeurs

obtenues en s'efforçant de perfectionner les instruments et les méthodes de réduction afin d'obtenir, en quelque sorte par approximations successives, des positions de plus en plus correctes. Tenant compte alors des effets résultant des changements que nous venons de rappeler, il est devenu possible de calculer d'année en année, de jour en jour, les coordonnées de ces étoiles. On a ainsi un ensemble de positions d'astres répartis sur toute la surface de la sphère céleste, positions qu'on regardera comme exactes, au moins provisoirement. Cet ensemble de points de repère constitue un *catalogue d'étoiles fondamentales*. Ce catalogue, si parfait soit-il, a forcément un caractère provisoire, les observations ultérieures des étoiles qui le composent pouvant conduire à des corrections des positions initiales adoptées pour une époque déterminée.

Un catalogue d'étoiles fondamentales doit être basé, non sur les déterminations fournies par un seul observateur, mais sur des observations faites par des astronomes différents avec des instruments différents. On doit faire concourir à sa formation le plus possible d'observations faites dans des conditions non semblables. C'est le meilleur moyen d'éliminer les erreurs systématiques.

106. **Les catalogues modernes.** — Jusqu'à ces dernières années, il n'y avait pas d'autre règle imposée au choix des fondamentales qu'une répartition aussi égale que possible de ces étoiles sur la sphère céleste et la condition qu'un certain nombre d'entre elles soient assez belles et qu'aucune ne soit trop faible. La limite de grandeur adoptée était la sep-

tième. Le Catalogue de 306 fondamentales adopté par Le Verrier se composait de 36 anciennes fondamentales de Maskelyne (observées par Bradley, réduites par Bessel) et de 270 autres étoiles dont les positions avaient été empruntées aux sources réputées les meilleures, et notamment aux Catalogues de Greenwich. Dans le choix fait par Le Verrier, on trouve des étoiles remarquables par la grandeur de leur mouvement propre (1830 Groombridge), par la variabilité de ce mouvement (Sirius), par leur changement d'éclat (*o* Baleine), par leur constitution multiple (61 Cygne, γ Vierge, *p* Ophiuchus, ξ Grande Ourse). Il est de toute évidence que l'observation suivie de ces dernières étoiles présente un intérêt de premier ordre; mais il eût peut-être été mieux de ne pas les choisir comme fondamentales, leur théorie présentant des difficultés d'un genre particulier.

Les astronomes modernes ont compris tout l'avantage qu'il y aurait pour la comparaison de leurs travaux à avoir un Catalogue unique de fondamentales. L'idée fut soumise à Lœwy, au début de l'année 1895, par M. Downing, directeur du *Nautical Almanac*. Le Bureau des Longitudes reconnut à l'unanimité le haut intérêt qui s'attachait à la question et l'utilité de convoquer une Conférence internationale. Cette Conférence se réunit à Paris les 18, 19, 20 et 21 mai 1896. Les résolutions adoptées sont consignées dans les procès-verbaux des séances[1]. M. Newcomb est chargé de préparer un Catalogue fondamental provisoire qu'il doit terminer dans le délai d'un an.

[1] *Annales du Bureau des Longitudes*, t. V, p. D. 1.

La Conférence exprime le désir que chacune des étoiles du Catalogue fondamental commun figure au moins une fois dans l'une des quatre grandes Éphémérides, à savoir :

1° *The American Ephemeris and Nautical Almanac*, Washington ;

2° *Berliner Astronomisches Jahrbuch*, Berlin ;

3° *Connaissance des Temps ou des Mouvements célestes*, Paris ;

4° *The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris*, Edinburgh.

En conformité de ce vœu, les quatre grandes Éphémérides ci-dessus ont adopté les conclusions de la Conférence. Le *Berliner Jahrbuch* donne les positions de 18 circompolaires et de 555 autres étoiles ; le *Nautical Almanac* celles de 22 polaires et 464 autres étoiles. La *Connaissance des Temps* contient les positions de 33 étoiles circompolaires, dont 23 où les positions sont données de jour en jour et 10 de deux en deux jours ; les positions apparentes des 405 étoiles non circompolaires sont données de dix en dix jours. Un supplément donne les positions des étoiles du Catalogue fondamental de M. Newcomb qui ne sont pas publiées dans les Éphémérides d'Amérique, d'Angleterre et de France.

L'*American Ephemeris* ne donne les positions que de 5 circompolaires et de 378 autres étoiles. Les décisions prises à la Conférence de Paris n'ayant pas été adoptées par tous les astronomes américains, l'Éphéméride donne deux séries de positions : l'une basée sur les constantes (précession, nutation, etc.) de Struve et Peters, l'autre sur celles adoptées à la Conférence. Pour

les étoiles distantes de plus de 11°.30′ de l'un ou l'autre pôle, les différences résultant de l'emploi de l'un ou l'autre système n'excèdent jamais $0^s,015$ en ascension droite et $0'',05$ en déclinaison. Il en résulte que les éphémérides des fondamentales autres que les polaires ($\mathfrak{P} < 11°.30'$) peuvent être regardées comme identiques, quel que soit le système de constantes adoptées.

Parmi les vœux émis par la Conférence et qu'il y a intérêt à faire connaître aux observateurs, nous citerons celui de l'adoption d'un Catalogue commun d'étoiles zodiacales pour les observations de planètes effectuées par les méthodes héliométriques ou par d'autres méthodes différentielles, et de prendre, comme point de départ, les positions du Catalogue fondamental provisoire. L'observation de ces étoiles est recommandée d'une manière particulière.

107. **Calcul des coordonnées des fondamentales déduites des éphémérides.** — Ces coordonnées s'obtiennent par une simple lecture ou par une interpolation par parties proportionnelles, suivant que la date choisie figure ou non dans l'Éphéméride. Ainsi si le jour pour lequel on veut avoir les coordonnées est le n^e après la date inscrite dans le Catalogue, on prendra les $\frac{n}{10}$ de la différence. Le jour sidéral étant plus court d'environ 4 minutes que le jour moyen, il peut arriver que l'étoile passe onze fois au méridien dans l'intervalle de dix jours; il suffit pour que ce fait se présente qu'un des passages ait lieu à moins de quatre minutes du commencement du jour moyen. On indique dans la *Connaissance des Temps* ce onzième passage

par la date du jour où il se produit au moyen d'un nombre intercalé entre les deux dates régulières. Le facteur d'interpolation sera dans ce cas $\frac{n}{11}$ si le jour choisi précède le double passage, $\frac{n+1}{11}$ s'il est après.

Les positions des principales circompolaires sont données de jour en jour; il n'y a donc lieu d'interpoler que pour les passages inférieurs, en cherchant au préalable si le passage inférieur a lieu avant ou après le passage supérieur dont les coordonnées sont données dans l'éphéméride. Il suffit pour cela de comparer les ascensions droites $AR_\odot$ du Soleil et AR_c de la circompolaire :

$$AR_\odot - AR_c > 12^h,$$

le passage inférieur précède le passage supérieur du jour;

$$AR_\odot - AR_c < 12^h,$$

le passage inférieur suit le passage supérieur du jour.

Dans le premier cas, on interpolera entre le jour de l'observation et le précédent; dans le second, on calculera la position intermédiaire entre la date de l'observation et la date suivante.

D'après ce qu'on vient de dire, le calcul des positions, passages inférieurs, des étoiles autres que les circompolaires ne présente aucune difficulté.

108. **Détermination de la correction de la pendule sidérale. Conclusion des observations d'ascension droite.** — Soient H_{obs} l'heure observée, en temps de la pendule, du passage au

fil moyen d'une étoile fondamentale, T ce temps corrigé de I dont nous avons donné l'expression complète dans un chapitre précédent, en sorte que

$$T = H_{obs} + I.$$

Appelons $\mathfrak{a}_c$ l'ascension droite calculée de l'étoile fondamentale et désignons par C_p la correction de la pendule; on aura avec le signe voulu :

$$C_p = \mathfrak{a}_c - T,$$

et si nous avons observé un astre s quelconque à l'heure h_{obs}, passage au fil moyen, nous en tirons pour l'heure du passage au méridien, en désignant par i la correction instrumentale :

$$t = h_{obs} + i,$$

et l'ascension droite cherchée $\mathfrak{a}_s$ de l'astre s sera :

$$\mathfrak{a}_s = t + C_p.$$

Si au lieu de considérer une seule fondamentale, nous en prenons plusieurs n, chacune d'elles fournira une valeur de C_p, et si la marche de la pendule est nulle, les différences entre les C_p ne peuvent provenir que des erreurs d'appréciation de H_{obs} ou de la correction instrumentale I (déviations mal déterminées). La moyenne C'_p des valeurs de C_p :

$$C'_p = \frac{\Sigma C_p}{n},$$

nous fera connaître la valeur la plus probable de la correction de pendule. En général, la pendule a une marche plus ou moins sensible. Pour procéder comme nous venons de le dire, il faut être certain que cette marche est très faible, et, de plus, il est nécessaire que

les étoiles soient réparties dans un petit intervalle de temps. Dans la pratique, il vaut mieux opérer comme il suit : on prend un premier groupe de j fondamentales au début de la série et l'on détermine la correction moyenne C_m pour l'heure moyenne t_m des passages observés ; un second groupe de k fondamentales vers la fin de la série donne la correction moyenne C_q pour l'heure moyenne t_q, et le quotient

$$\mu = \frac{C_q - C_m}{t_q - t_m}$$

est la valeur du mouvement horaire de la pendule.

Il semble qu'il vaudrait mieux comparer les séries d'un jour à l'autre, en observant, si possible, les mêmes fondamentales. L'erreur probable du numérateur serait la même, et le dénominateur serait beaucoup plus grand. On procède souvent ainsi, mais il faut alors être absolument sûr de la constance de marche de la pendule, ce qui ne peut guère s'obtenir qu'en la plaçant dans les conditions que nous avons étudiées, pression constante et température fixe. Du reste, il ne devrait pas y avoir d'autre installation de pendules dans les grands observatoires.

Connaissant μ, la correction C'_p qu'on devra appliquer au temps t correspondant au passage de l'étoile s au méridien sera :

$$C'_p = C_m + \mu (t - t_m), \qquad \text{ou :} \qquad C'_p = C_q + \mu (t - t_q),$$

suivant qu'on la rattachera au premier groupe C_m ou au second C_q. L'ascension droite conclue aura pour valeur :

$$\alpha_s = t + C'_p.$$

On déterminera de la même façon l'ascension droite de

chacune des étoiles de la série, fondamentales et astres dont on veut connaître l'ascension droite. Ce calcul est très simple; il est bon cependant de le vérifier. Les corrections de pendule C'_p des fondamentales donnent un moyen pratique d'effectuer cette vérification. La somme des différences $C'_p - C_m$ et $C'_p - C_q$ prises avec leur signe et exprimées au centième comme unité doit être plus petite que la moitié du nombre n des étoiles. En effet, l'erreur de calcul commise sur chaque différence est de $0^s,005$ ou $\frac{1}{2} \times 0^s,01$ au maximum, et comme nous avons $j + k = n$ différences, l'erreur absolue de la somme est, au plus, égale à n fois la plus grande, ou :

$$\frac{1}{2} n \times 0^s,01.$$

109. **Précision des observations d'ascension droite.** — La différence entre la correction de pendule donnée par une étoile et la correction calculée comme on vient de l'exposer donne une idée de la précision de l'observation. Nous ferons remarquer incidemment que cette différence est la même que celle qui existe entre l'ascension droite théorique et l'ascension droite conclue. On a, en effet :

$$C_p = \mathcal{A}_{\text{théorique}} - T, \quad \text{et} \quad \mathcal{A}_{\text{conclue}} = T + C'_p;$$

d'où :

$$\mathcal{A}_{\text{théorique}} - \mathcal{A}_{\text{conclue}} = C_p - C'_p.$$

Supposons toutes les étoiles observées avec une précision absolue et les ascensions droites théoriques rigoureusement exactes; il est clair alors que les différences précédentes sont nulles. Il n'en est pas ainsi, on n'admet

cependant comme bonnes que les séries où les moyennes de ces différences sont inférieures à une limite déterminée ε. Cette limite est subordonnée au procédé d'observation. Ainsi par la méthode de l'œil et de l'oreille, on peut assigner à ε la valeur $0^s,06$; mais au chronographe, où la précision d'évaluation du passage est plus grande, on peut l'abaisser à $0^s,04$ et même $0^s,03$. Ces nombres n'ont d'ailleurs rien d'absolu. En rejetant certaines observations discordantes qui, *a priori*, paraissent inacceptables, il est souvent possible de ramener la moyenne des différences au-dessous de la limite admise. Il ne faut cependant pas perdre de vue que la suppression d'une observation, même suspecte, est une chose grave, la discordance non expliquée pouvant résulter non d'une erreur matérielle, mais d'une cause inconnue qu'on doit rechercher; pour employer les expressions mêmes de M. Radau[1], nous dirons qu'on doit « se mettre en garde contre une sévérité exagérée au sujet des écarts un peu forts qui peuvent se rencontrer dans des observations d'ailleurs dignes de confiance ».

Les astronomes ont cherché à établir des règles absolues pour fixer les cas où l'on peut rejeter des observations. Nous citerons le critérium de Peirce[2], celui de Stone[3], la méthode de M. Newcomb[4], celle de M. Lehmann-Filhès[5]. M. Asaph Hall[6], après avoir discuté ces différentes méthodes, conclut que dans cette

[1] Radau, 3, *Bull. astr.*, t. IV, p. 384.
[2] Peirce, 1, *The astronomical Journal*, vol. II, p. 161.
[3] Stone, 1, *Monthly Notices*, vol. XXVIII, p. 165.
[4] Newcomb, 4, *American Journal of Mathematics*, vol. VIII, p. 343.
[5] Lehmann-Filhès, 1, *Astr. Nach.*, vol. CXVII, col. 121.
[6] Hall, 1, *The sidereal Messenger*, vol. VI, page 297.

délicate question le jugement d'un observateur exercé paraît préférable à une règle stricte.

L'observateur seul, à notre avis, peut se rendre compte des causes qui ont pu vicier l'observation ou du moins de certaines d'entre elles : mauvaise appréciation du passage à un fil, images diffuses ou ondulantes, etc. ; d'autres lui échappent forcément : déviations anormales du rayon lumineux dans l'atmosphère, changements brusques de l'état de l'instrument ou de la pendule, etc. Comme conclusion pratique, l'observateur devra noter, lorsqu'il le jugera à propos, les circonstances dans lesquelles l'observation a été effectuée et les raisons qui lui font rejeter l'observation comme mauvaise ou douteuse.

110. **Comparaison des ascensions droites observées avec les éphémérides.** — La différence : observation moins calcul (O — C), donne pour chaque position individuelle des fondamentales la correction de l'Éphéméride déduite de l'observation. Lorsqu'on aura un nombre de corrections individuelles suffisamment grand, on pourra juger s'il est opportun de corriger le Catalogue. Du reste, en raison des décisions de la Conférence internationale, il n'appartient plus aux observatoires, comme autrefois, de reviser leurs Catalogues de fondamentales.

La comparaison des observations du Soleil, de la Lune et des planètes aux Éphémérides se fera de même en calculant la différence O — C. On calculera l'heure de temps moyen qui correspond à l'ascension droite observée, et on déduira de l'Éphéméride l'ascension droite de l'astre pour cette heure de temps moyen.

CHAPITRE IV

LES CORRECTIONS INSTRUMENTALES EN DÉCLINAISON VALEUR DU TOUR DES VIS HORIZONTALE ET VERTICALE

111. **Valeur du tour de vis des microscopes.** — Nous avons dit (§ 60) qu'on dispose le microscope micrométrique de façon que 5 (ou 2) tours entiers de la vis correspondent à la distance de deux traits consécutifs. Des causes variables, et en particulier les changements de température, peuvent produire des variations très sensibles en rapprochant ou en éloignant la graduation de l'objectif du microscope, variations qui ne sont pas du même ordre pour la vis micrométrique.

Considérons le cas d'un instrument gradué sur la jante (type Gambey). Soit AB (fig. 118) l'arc compris entre deux divisions consécutives ; figurons l'objectif O du microscope M, *ab* l'image de AB. Si la température augmente, le cercle se dilate : AB devient A'B' et se rapproche de l'objectif, l'image *ab* devient *a'b'*, plus grande que *ab*. Si nous admettons que la variation de la vis est négligeable ou petite en comparaison de la variation de *ab*, nous voyons que la valeur du tour de vis a diminué ; il faut, en effet, tourner la vis d'un

tour plus une fraction pour parcourir un même arc de 5′ ou 2′, suivant la graduation.

Dans les instruments gradués sur la tranche (type moderne), la valeur du tour de vis varie peu, l'axe du microscope n'étant plus dans le plan ACB du cercle, mais étant perpendiculaire à ce plan. Il en résulte que l'objet, c'est-à-dire l'arc AB (fig. 118), ne se rapproche

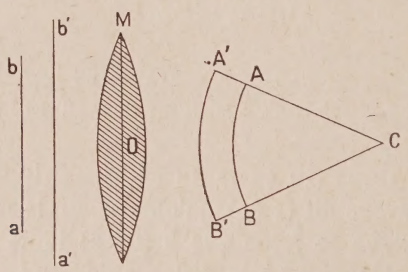


Fig. 118.

ni ne s'éloigne de l'objectif, il se déplace simplement dans le plan du cercle. Les changements, quand il s'en produit, proviennent d'une autre cause. Au Grand méridien de l'Observatoire de Paris, ils sont toujours faibles, mais non négligeables; les écarts peuvent atteindre o″,25 pour de grands changements de température. Ils doivent être attribués à la monture des microscopes, bras métalliques assez longs. Dans une même série, les variations sont négligeables. A l'Observatoire du Cap, les variations sont absolument insensibles, quels que soient les changements de température.

Comme il n'est pas pratiquement possible de modifier à chaque instant la position des microscopes, on

préfère, après un réglage fait avec soin, éviter d'y toucher. On détermine alors de temps en temps, par exemple au commencement, au milieu et à la fin de chaque série d'observations, la correction du tour de la vis. La moyenne de ces déterminations sera considérée comme une constante du microscope de lecture pendant la série. Il est bien entendu que nous appelons microscope de lecture l'ensemble des microscopes employés, deux, quatre ou six suivant les cas.

Pour obtenir la valeur du tour de vis des microscopes, on mesure avec la vis la distance de deux traits de la graduation vus dans le microscope. Supposons le cercle gradué de 5′ en 5′. Si en pointant deux traits consécutifs on tournait la vis de cinq tours exactement, la valeur du tour serait juste de 1′. Il n'en est pas ainsi en général. Soient alors l_p et l_n les lectures moyennes des tambours des microscopes employés, six par exemple, l_p correspondant au pointé sur le trait le plus rapproché de la tête de vis (sens des lectures en tours positifs) et l_n au pointé sur le trait le plus éloigné (sens des lectures en tours négatifs). On a l'égalité :

$$5^t = 5' + l_n - l_p,$$

la différence $l_n - l_p$ étant exprimée en parties du tambour. Soit :

$$1^t = 1' + x''$$

la valeur cherchée du tour de vis. On en déduit :

$$1^p = \frac{1'}{60} + \frac{x''}{60} = 1'' + \frac{x''}{60},$$

et alors la première égalité peut s'écrire :

$$5^{t} = 5' + (l_n - l_p)\left(1'' + \frac{x''}{60}\right).$$

Mais $(l_n - l_p)$ et x sont de petites quantités dont on peut négliger le produit; alors

$$5^{t} = 5' + (l_n - l_p)'',$$

et

$$1^{t} = 1' + \left(\frac{l_n - l_p}{5}\right)''.$$

Les lectures l_n et l_p, moyennes des lectures faites à six microscopes, sont généralement différentes des lectures à quatre ou à deux. Il est évident qu'il en est de même du tour de vis correspondant à quatre ou deux microscopes.

La valeur du tour de vis doit s'exprimer au millième; comme on n'a jamais à considérer la correction pour plus de $2^{t},5$, d'après ce que nous avons dit sur la manière de lire les microscopes, l'erreur du tour de vis sera au plus multiplié par 2,5. Si l'on avait déterminé le tour de vis à trois couples de microscopes séparément, on aurait le tour de vis pour les six microscopes en prenant la moyenne des trois déterminations.

Nous avons supposé, dans ce qui précède, la distance des traits exactement égale à $5'$; il n'en est pas toujours ainsi, chaque trait pouvant être affecté d'une certaine erreur que nous apprendrons à déterminer (voir livre IV). Donc avant de calculer la différence $l_n - l_p$, on corrigera préalablement chaque lecture. Dans le cas où on ne connaîtrait pas la correction des divisions du cercle

employé, il faudrait déterminer la correction du tour de vis un plus grand nombre de fois et en différentes régions du limbe, de manière à éliminer, en partie tout au moins, les erreurs des traits.

Le tour de vis étant fonction de la température, si nous admettons que ses variations sont proportionnelles aux variations de température, il est facile de déterminer le coefficient x de proportionnalité. Soient y la correction du tour de vis à 0°, α_i sa correction à θ_i; si on a effectué n déterminations à différentes températures, on aura, pour calculer x, n équations de la forme

$$y + x\theta_i = \alpha_i.$$

La moyenne de ces équations sera :

$$y + x\frac{\Sigma\theta_i}{n} = \frac{\Sigma\alpha_i}{n};$$

d'où par différences les n équations :

$$\left(\frac{\Sigma\theta_i}{n} - \theta_i\right)x = \frac{\Sigma\alpha_i}{n} - \alpha_i,$$

qui, traitées par les méthodes connues, donneront la valeur de x. En portant cette valeur dans la moyenne des équations primitives, on aura la valeur de y. Ce procédé de calcul a été longtemps employé à Paris pour les observations faites au Cercle de Gambey (graduation sur la jante). Pour que les résultats aient quelque valeur, il faut faire un assez grand nombre de déterminations à des températures à peu près régulièrement espacées, de 3° en 3° par exemple, et de — 10° ou — 5° à + 25° ou + 30°, suivant les limites extrêmes des températures du lieu où l'on observe.

Lorsque dans une même série on n'a pas observé toutes les étoiles au même nombre de microscopes, on devra corriger chaque lecture du tour de vis correspondant. En outre, pour rendre les observations comparables, on ramène toutes les lectures au même nombre de microscopes. Considérons par exemple le cas d'une série faite à six microscopes, dans laquelle un certain nombre d'étoiles n'ont été observées qu'à deux. Soient, dans une lecture quelconque, m_6 la moyenne des six microscopes et m_2 celle des deux microscopes considérés ; on devra augmenter les lectures à deux de $m_6 - m_2$. Cette différence se calcule en prenant au moins la moyenne de quatre ou cinq lectures différentes.

112. **Méthodes pour déterminer la valeur du tour de la vis du micromètre.** — La détermination du tour de la vis d'un micromètre, c'est-à-dire la valeur angulaire du pas de cette vis vu du centre optique de l'objectif, peut se faire de différentes manières : 1° par une série de pointés effectués avec le fil mobile sur une circompolaire d'un bout à l'autre du champ, en ayant soin de noter les heures de chaque pointé ; 2° par des pointés sur les fils extrêmes du micromètre dont on a déterminé la distance par le passage d'étoiles équatoriales ; 3° par des pointés sur la mire ou sur un collimateur combinés avec la lecture du cercle ; 4° par des observations nadirales et la lecture du cercle. Nous ne faisons pas de distinction entre la vis d'ascension droite et la vis de déclinaison, puisqu'on a, en général, la facilité de tourner le micromètre de 90°. Sans cette restriction, les deux premiers procédés ne s'appliqueraient qu'à la vis d'ascension droite et les

deux derniers à la vis de déclinaison. On peut aussi calculer la valeur du tour de vis en déclinaison à l'aide d'une circompolaire pointée pendant la durée de son passage en utilisant différentes parties de la vis et en combinant les pointés avec la lecture du cercle. Ce procédé revient, en définitive, à celui des pointés sur la mire, avec cette différence que le point fixe est remplacé par un point mobile d'un mouvement très lent, et dont on ramène les positions observées à la position méridienne.

113. **Valeur du tour de la vis d'ascension droite du micromètre par l'observation d'une circompolaire.** — Figurons le pôle P (fig. 119), le méridien PM, le cercle horaire PE de l'étoile circompolaire E, le parallèle EE′ décrit par l'étoile et l'arc ED de grand cercle, mené de E perpendiculairement au méridien. Soient v_0 la lecture du tambour du micromètre quand le fil mobile est au méridien, t_0 l'heure du passage de l'étoile au méridien, δ la déclinaison de l'étoile ($90^\circ - PE$) et f l'arc DE. Le triangle PDE donne la relation (formule 1, § 50) :

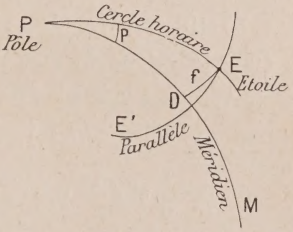


Fig. 119.

$$\sin f = \sin P \cos \delta,$$

ou, en développant les sinus :

$$f - \frac{f^3}{6} = \left(P - \frac{P^3}{6}\right) \cos \delta,$$

et si nous remplaçons f dans $\frac{f^3}{6}$ par sa partie principale $P \cos \varphi$,

$$f = P \cos \varphi - \frac{P^3}{6} \cos \varphi + \frac{P^3}{6} \cos^3 \varphi,$$

et en secondes d'arc :

$$f = P \cos \varphi - \frac{P^3}{6} \cos \varphi \sin^2 \varphi \sin^2 1''.$$

Pour fixer les idées, supposons la lunette placée dans la position directe (tête de vis à l'Est) et l'étoile observée à son passage supérieur, avant le méridien. Alors si v_1 désigne la lecture du tambour pour le pointé fait en E, on a au temps t_1 :

$f = 15\, x (v_0 - v_1)$, $P = 15 (t_0 - t_1)$ en secondes d'arc, x étant la valeur du tour de la vis. Substituons dans la valeur de f donnée plus haut; il vient :

$$15\, x (v_0 - v_1) = 15 (t_0 - t_1) \cos \varphi$$

$$- \frac{1}{6} \sin^2 \varphi \cos \varphi \,.\, 15^3 (t_0 - t_1)^3 \sin^2 1'',$$

ou

$$\frac{x}{\cos \varphi} (v_0 - v_1) = (t_0 - t_1)$$

$$- \frac{1}{6} \sin^2 \varphi \,.\, 15^2 (t_0 - t_1)^3 \sin^2 1''.$$

Après le méridien, cette formule s'écrit :

$$\frac{x}{\cos \varphi} (v_2 - v_0) = (t_2 - t_0)$$

$$- \frac{1}{6} \sin^2 \varphi \,.\, 15^2 (t_2 - t_0)^3 \sin^2 1''.$$

Posons $\frac{x}{\cos(\delta)} = \xi$ et appelons α_1, α_2 les valeurs absolues des seconds termes des seconds membres; on a alors les deux équations :

$$(v_0 - v_1)\xi = (t_0 - t_1) - \alpha_1,$$
$$(v_2 - v_0)\xi = (t_2 - t_0) - \alpha_2,$$

et si nous mettons en évidence les pointés faits sur l'étoile et que nous appelions c la constante $v_0\xi - t_0$, il vient :

$$\left.\begin{aligned} v_1\xi &= c + t_1 + \alpha_1, \\ v_2\xi &= c + t_2 - \alpha_2. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Les quantités α sont petites. Nous remplacerons $\sin^2(\delta)$ par l'unité et, au même degré d'approximation, $t_0 - t$ par $\frac{x}{\cos(\delta)}(v_0 - v)$; nous prendrons pour x une valeur approchée x_a facile à déterminer; alors α peut s'écrire :

$$\alpha = \mathrm{T}(v_0 - v)^3, \qquad (2)$$

expression dans laquelle on a :

$$\mathrm{T} = \frac{1}{6} 15^2 \sin^2 1'' \cdot \frac{x_a^3}{\cos^3(\delta)} \left(\log \frac{1}{6} 15^2 \sin^2 1'' = \overline{10},9452 \right).$$

On facilitera le calcul de α, formule (2), en construisant une Table de cette quantité pour des valeurs de $v_0 - v$ correspondant à 1^t, 2^t, 3^t, ... Chaque pointé fournira une équation du type (1), dont la résolution ne présente aucune difficulté : nous avons déjà dit comment on devait procéder pour déterminer la valeur de l'inconnue.

L'équation qui nous a servi de point de départ n'est pas rigoureuse; on pourrait tout au plus la considérer

comme telle dans le cas où l'étoile mettrait peu de temps à traverser le champ de l'instrument ou, ce qui revient au même, si l'on se limitait à l'observer pendant très peu de temps et très près du méridien, auquel cas le nombre des pointés serait insuffisant pour donner une valeur de x assez exacte. Il n'y aurait pas lieu alors de tenir compte des variations produites par la réfraction. Mais il n'en est plus de même si on a pointé l'étoile pendant un temps assez long. La réfraction, en effet, rapproche l'étoile E du zénith, en E′ (fig. 120), sur le vertical qui la contient; elle se trouve ainsi plus rapprochée du méridien, on ne la pointe donc pas à sa vraie position. D'autre part, la distance f est aussi légèrement modifiée. Pour tenir compte de la réfraction, il suffit d'introduire dans l'équation un terme correctif résultant de l'effet combiné de ces deux déplacements.

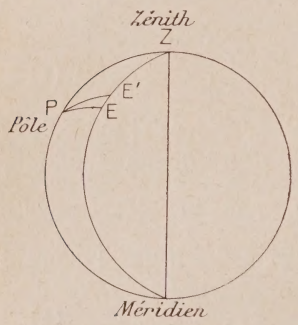


Fig. 120.

Lorsqu'on veut obtenir un résultat précis, on doit en tenir compte dans le calcul. On pourra employer pour ce calcul les formules données par M. Périgaud[1] dans les *Instructions méridiennes*. L'emploi de cette méthode est assez laborieux, car pour avoir une valeur exacte, il faut non seulement effectuer chaque fois une longue série de pointés, mais encore répéter les

[1] Périgaud, 3, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations de 1887), Instructions méridiennes, p. G. 209.

déterminations un grand nombre de fois; aussi est-elle rarement employée. Comme l'a montré d'ailleurs Rayet[1], la détermination du tour de la vis par les observations du passage d'une circompolaire n'est pas plus exacte que celle qui résulte de l'observation des étoiles équatoriales; et pratiquée en faisant abstraction des phénomènes de réfraction, comme on le fait souvent, elle conduit à des erreurs systématiques qui ne sont pas négligeables dans les recherches de haute précision.

114. **Valeur du tour de la vis d'ascension droite du micromètre par l'observation d'étoiles équatoriales.** — Il suffit de déterminer, à l'aide du passage d'étoiles équatoriales, la distance t, en temps, des fils extrêmes du micromètre, et de mesurer la même distance n en tours et fraction de tour de la vis par coïncidence du fil mobile avec les deux fils extrêmes; on a, pour la valeur en temps du tour de la vis, le nombre $\frac{t}{n}$. On devra répéter l'opération un assez grand nombre de fois.

L'emploi de cette méthode conduit à une exactitude plus grande que la précédente et presque sans calculs. Il va sans dire que dans la pratique on se borne à prendre des étoiles voisines de l'équateur, en tenant compte de leur déclinaison dans le calcul de t.

115. **Valeur du tour de la vis de déclinaison par l'emploi d'un collimateur, de la mire**

[1] Rayet, 1 et 2, *Annales de l'Observatoire de Bordeaux*, t. III, p. 27; voir aussi *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CVIII, p. 487.

ou par l'observation d'une circompolaire. — Pour obtenir la valeur du tour de la vis de déclinaison, on place devant la lunette un collimateur horizontal portant en son foyer une croisée de fils. On peut substituer la mire à ce collimateur, mais il faut faire la détermination par un temps calme pour que l'image de la mire soit très stable.

Soit $\mathfrak{L}$ la lecture du cercle lorsque le fil mobile est pointé sur la mire, le tambour étant placé à la division l_0 à laquelle on rapporte les pointés de distance polaire (fil idéal horizontal). Appelons l_i la lecture du tambour pour une autre position du fil mobile, m_i la lecture correspondante des microscopes, et x la valeur du tour de la vis; on a :

$$m_i + x(l_0 - l_i) = \mathfrak{L},$$

équation dans laquelle l_0, x et $\mathfrak{L}$ sont des constantes. On peut donc l'écrire :

$$l_i x = m_i + c,$$

c désignant une constante. On aura autant d'équations semblables qu'on aura fait de pointés, et il sera facile d'en déduire la valeur de x.

On pourrait substituer aux pointés sur un collimateur ou sur la mire des pointés sur une circompolaire. On pointera l'étoile pendant la durée de son passage, en déplaçant le fil mobile après chaque pointé et effectuant la lecture du cercle lorsqu'on aura amené l'étoile sur ce fil à l'aide de la vis de rappel. On devra noter l'heure de chaque pointé et corriger les lectures m_i de la réduction au méridien R et de l'inclinaison I : on aura ainsi une série d'équations qui se ramènent à la forme

$$l_i x = \mu_i + c.$$

On corrigera les lectures m de la valeur du tour de vis des microscopes. En faisant la détermination assez rapidement, il ne sera pas nécessaire de tenir compte des variations de la réfraction.

116. **Valeur du tour de la vis de déclinaison par l'observation du nadir.** — On peut amener le fil mobile en coïncidence avec son image donnée par le bain de mercure dans deux directions de la lunette, et mesurer l'angle de rotation avec les microscopes du cercle de déclinaison. Le calcul est identique à celui que nous avons indiqué dans le paragraphe précédent, mais on ne pourra pas faire intervenir toute la longueur de la vis; on devra se limiter à la région où les images restent belles. Soient l_i la lecture du tambour lorsque le fil mobile est en coïncidence avec son image, l_0 la lecture correspondant à la coïncidence du fil mobile avec le fil idéal horizontal, m_i la lecture du cercle pour le pointé l_i, $\mathfrak{L}$ la lecture du cercle quand la lunette est pointée au nadir (fil idéal en coïncidence avec son image); on a :

$$m_i + x(l_0 - l_i) = \mathfrak{L}.$$

En déplaçant le cercle, on aura une nouvelle équation.

La résolution est la même que dans le cas précédent.

117. **Valeur du tour de la vis d'ascension droite déduite de celle du tour de la vis de déclinaison.** — Nous avons dit que par une rotation de 90° de la boîte micrométrique, on peut amener la vis d'ascension droite à la position verticale, afin de

pouvoir l'étudier par les procédés employés pour la vis de déclinaison qui sont plus pratiques et plus précis. Au lieu de tourner la plaque du micromètre, il est préférable de munir le collimateur de deux croisées de fils que l'on place d'abord sur la même verticale et dont on mesure la distance angulaire au moyen du cercle. Faisant tourner le réticule du télescope collimateur de 90° de manière à placer les deux croisées de fil sur une même horizontale, on mesure leur distance en tours de la vis horizontale : il est aisé d'en déduire la valeur du tour.

118. **Précautions à prendre dans la détermination du tour de la vis micrométrique.** — La valeur du tour de vis peut être affectée par une orientation défectueuse de l'instrument. Lœwy[1] a établi des règles qui permettent de tenir compte des erreurs instrumentales. C'est surtout dans le cas d'un équatorial que les erreurs sont sensibles; nous n'avons donc pas à insister sur ce point.

La valeur du tour de vis se déterminant le plus souvent par des pointés successifs sur un point, une mire par exemple, M. Renan[2] s'est proposé d'examiner jusqu'à quel point le procédé ordinairement en usage pour le calcul des angles à l'aide des fils mobiles conduit à des résultats d'une précision suffisante lorsqu'il s'agit de grandes distances angulaires.

[1] Lœwy, **7**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. C, p. 1267.

[2] Renan, **2**, *Bull. astr.*, t. XXI, p. 253, et *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations de 1900), p. D. 37.

Il résulte de cette étude, à laquelle nous renvoyons le lecteur, que l'erreur commise dans l'appréciation d'un angle dépend de la manière dont on a évalué le tour de vis, et surtout de la grandeur de l'angle mesuré ; mais elle est complètement indépendante de la valeur linéaire du pas de la vis et de la distance focale de l'instrument. Aussi toutes les fois qu'on a à évaluer des angles supérieurs à 10', il est nécessaire de bien examiner la manière dont on déterminera le tour de vis du micromètre. L'analyse indique aussi les limites dans lesquelles on devra faire les pointés dans chaque cas particulier.

119. **Détermination par des pointés sur une étoile de l'inclinaison des fils de déclinaison.** — Si bien orienté que soit un micromètre, les fils sont rarement horizontaux et verticaux d'une façon rigoureuse. On doit connaître la légère inclinaison qu'ils ont par rapport à l'horizontale et à la verticale. Pour faciliter le langage, on continue à appeler le fil de déclinaison fil horizontal ; mais on doit sous-entendre que ces deux fils peuvent former un très petit angle. La détermination de l'inclinaison du fil horizontal peut se faire soit par l'observation d'une étoile, dans deux ou plusieurs positions, pendant son passage dans le champ de l'instrument, soit par des procédés physiques.

Considérons d'abord le cas d'un fil horizontal fixe. Pointons le cercle sur une étoile équatoriale à son entrée dans le champ, et soient l_0 la lecture du cercle (en secondes d'arc), t_0 l'heure du pointé (en minutes de temps et centièmes), l_1 et t_1 les quantités corres-

pondantes à la fin du champ. On a, en désignant par I l'inclinaison :

$$\text{tang I} = \frac{l_0 - l_1}{900\,(t_1 - t_0)}$$

Signe conventionnel :
+ côté Ouest du fil plus élevé,
− côté Est du fil plus élevé,
lunette pointée au Sud.

L'angle I s'exprime en minutes et dixièmes de minute.

Si la déclinaison de l'étoile est égale à (D), il faut réduire les deux pointés au méridien, à moins qu'ils ne soient faits à égale distance du méridien, ce qu'on peut pratiquement réaliser sans difficulté. Dans le cas actuel on aura :

$$\text{tang I} = \frac{l_0 - l_1}{900\,(t_1 - t_0)\cos (D)}.$$

Cette manière de procéder n'est pas souvent employée: elle ne donne pas une grande précision. Il est préférable de rapporter le fil fixe au fil mobile dont on détermine l'inclinaison avec plus d'exactitude. Du reste, dans les observations de précision, on se sert rarement du fil fixe. Quoi qu'il en soit, pour avoir son inclinaison relative par rapport au fil mobile, on établit la coïncidence des deux fils à une extrémité du champ, puis à l'autre. Généralement on effectue les coïncidences sous les fils verticaux extrêmes dont on connaît la distance équatoriale en temps. La différence des pointés dans les deux cas, divisée par le temps exprimé en arc de la distance des fils sous lesquels on a pointé, donne l'inclinaison mutuelle des fils. Soient i' l'inclinaison relative du fil fixe IF (fig. 121) sur le fil mobile IM, f la distance IH en secondes d'arc des

points où ont été effectués les pointés. Supposons la lunette dirigée vers l'horizon Sud, et soient l_0, l_e les pointés Ouest et Est, i l'inclinaison du fil mobile IM par rapport à l'horizontale HI. Étant donnée la petitesse de l'angle i, on peut écrire en remplaçant IF par IH et l'angle IMF par 90° :

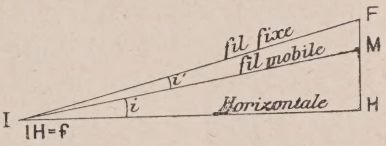


Fig. 121.

$$\frac{l_e - l_0}{\sin i'} = \frac{f}{\sin 90^\circ},$$

ou :

$$\sin i' = \frac{l_e - l_0}{f}.$$

L'inclinaison absolue I sera :

$$I = i + i'.$$

Considérons actuellement le fil mobile et voyons comment on peut déterminer son inclinaison en pointant une étoile le long du champ avec ce fil, le cercle restant fixe. Quelques observateurs préfèrent effectuer deux séries de pointés aux extrémités du champ. Le mode de réduction est le même dans les deux cas. Quant au choix de l'étoile, il est subordonné à la grandeur du champ. Dans les instruments où le champ est petit, on prendra une étoile entre le zénith et le pôle, à 8° ou 10° au moins du pôle ; il sera bon alors de lire les microscopes au début et à la fin de l'opération, afin de s'assurer de la stabilité de l'instrument. Dans les lunettes où le champ est plus grand, on pourra prendre

une étoile zénithale, ce qui présente l'avantage d'éliminer les variations de réfraction. Ces étoiles se pointent d'ailleurs avec facilité, leur marche étant assez lente. Dans tous les cas, il faut choisir l'étoile de façon à faire l'opération assez rapidement, en faisant cependant un nombre suffisant de pointés; on évitera ainsi les erreurs provenant d'un jeu anormal de l'instrument, tout en éliminant, autant que possible, les erreurs accidentelles des pointés.

Soient l_i la lecture du micromètre au temps θ_i, θ_m l'heure du passage de l'étoile au méridien. Les différences $\theta_m - \theta_i$ nous feront connaître les angles horaires t_i de chaque pointé. Appelons $\mathfrak{L}_m$ la lecture des microscopes du cercle pendant la détermination, lecture que nous supposons constante, et soient $\mathfrak{L}_e$ la lecture correspondant au pointé dans le méridien, l_0 la lecture du tambour sur le fil repère; on a pour un pointé j :

$$\mathfrak{L}_m + l_0 - l_j + \mathrm{R}_j + \mathrm{I}_j = \mathfrak{L}_e,$$

R_j et I_j désignant respectivement la correction de réduction au méridien et la correction de l'inclinaison. Cette équation peut s'écrire en combinant l_j et R_j, c'est-à-dire les pointés lus sur le tambour et les réductions au méridien calculées :

$$a_j + \mathrm{I}_j = \mathrm{C}.$$

Or nous avons établi la formule (§ 78)

$$\mathrm{I}_j = t_j \, 900'' \cos \Phi \, . \, \mathrm{tang} \, i;$$

posons :

$$900'' \cos \Phi \, . \, \mathrm{tang} \, i = x;$$

il vient :

$$a_j + t_j x = \mathrm{C}.$$

On aura ainsi autant d'équations que de pointés; on les résoudra par la méthode souvent indiquée. Soit α la valeur de x; on aura finalement :

$$\operatorname{tang} i = \frac{\alpha}{900'' \cos(\delta)}.$$

On peut fixer *a priori* le signe de l'inclinaison par l'examen de la marche des valeurs de $l_i - R_i$. Supposons la tête de vis du micromètre en bas lorsque l'instrument est pointé au Sud.

Si les pointés l_j corrigés de R_j sont plus grands avant le méridien qu'après, l'inclinaison est positive ; dans le cas contraire, elle est négative.

Au lieu de pointer l'étoile avec le fil mobile, pointons-la avec le fil fixe en agissant sur la vis de rappel (petits mouvements), et lisons le cercle après chaque pointé. Il est évident qu'en substituant aux pointés l_j les lectures m_j des microscopes, nous obtiendrons une série d'équations qui nous permettront de déterminer l'inclinaison du fil fixe comme nous avons eu celle du fil mobile. Cette méthode exige qu'on observe des étoiles à mouvement lent. On remarquera que dans le cas du fil mobile, le cercle restant immobile, le sens des divisions du cercle ne joue aucun rôle.

120. **Méthode d'Yvon Villarceau[1] pour la détermination de l'inclinaison du fil de déclinaison.** — Cette méthode s'applique surtout aux petits instruments méridiens. On place dans le plan méridien, au Nord de la lunette par exemple, un théodolite rem-

[1] Villarceau, 5, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. IX, p. A. 77.

plissant l'office de collimateur. L'axe instrumental est disposé verticalement avec toute l'exactitude que comporte l'emploi du niveau de cet instrument : l'axe optique de la lunette du théodolite est amené successivement au bord du champ de l'instrument méridien, au centre et à l'autre bord, la distance zénithale de cet axe optique étant maintenue constante ; dans ces trois positions, le fil horizontal de l'instrument méridien est pointé sur la croisée des fils du théodolite et l'on fait les lectures du cercle. On réitère ces observations, et on combine les résultats de manière à ramener à la simultanéité des lectures qui ne peuvent se faire que successivement.

L'inclinaison est évidemment celle de la corde qui joint les deux extrémités du fil : or cette corde est sensiblement parallèle à la tangente au fil en son milieu, c'est-à-dire à la partie utilisée dans les observations ; il ne résulte aucune erreur de l'emploi de l'inclinaison de la corde.

M. Schaeberle[1] a proposé, dans le même but, l'emploi de deux collimateurs, l'un au Nord, l'autre au Sud, et dont on rendrait les fils parallèles.

121. **Appareil de M. Hamy pour la mesure de l'inclinaison du fil de déclinaison.** — L'appareil imaginé par M. Hamy[2 et 3] se compose d'une tige $abb'a'$ (fig. 123), percée à ses extrémités de deux trous

[1] Schaeberle, **2**, *Astr. Nach.*, vol. CXI, col. 333.

[2] Hamy, **2** et **6**, Boquet, **1** et **2**, *Bull. astr.*, t. VII, p. 5 ; t. VIII, p. 97.

[3] Hamy, **3**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CX, p. 266, et **4**, *Bull. astr.*, t. VII, p. 49.

a, a' à parois minces, que l'on installe au foyer de la mire dans la direction Est-Ouest. Cette tige est invariablement liée à un pendule massif TM, représenté de face et de profil dans les figures 122 et 123, qui peut

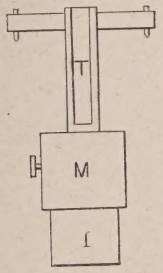


Fig. 122.

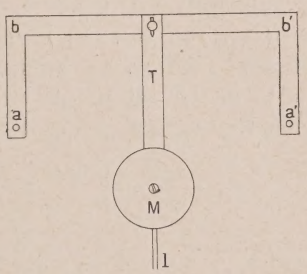


Fig. 123.

osciller autour de deux tiges placées dans le méridien ; la partie inférieure de ces tiges forme une surface sphérique de $0^{mm},3$ de diamètre reposant sur des plans de glace p, p' (fig. 124) qui servent de points d'appui au système. Ces plans sont encastrés dans un plateau horizontal P qui surmonte un flacon à large ouverture. Cette plate-

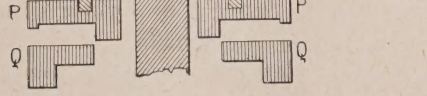


Fig. 124.

forme est munie d'une bascule permettant de soulever le pendule au-dessus de ses supports, comme un fléau de balance. Le goulot du flacon est muni d'une mon-

ture Q, construite de façon à empêcher tout mouvement du plateau autre qu'une rotation autour de son axe. Le pendule tout entier, à part la tige *abb'a'* et les pointes mousses, plonge dans le flacon. Le poids qui leste l'appareil est terminé inférieurement par une lame *l* (fig. 122 et 123) immergée dans l'huile, afin d'éteindre rapidement l'amplitude des oscillations. Enfin le flacon est monté sur un pied muni de vis calantes destinées à réduire l'inclinaison du plateau P.

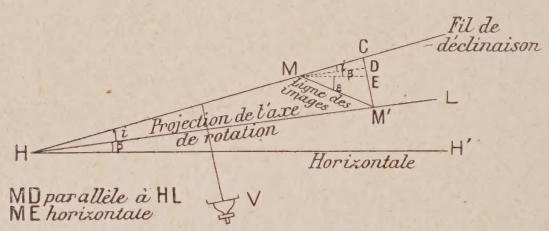


Fig. 125.

Supposons pour un instant : 1° la mire placée à l'horizon ; 2° la ligne *aa'* contenue dans un plan vertical perpendiculaire au méridien ; 3° l'axe d'oscillation parallèle au méridien.

Les ouvertures *a*, *a'* étant convenablement éclairées, leurs images M, M' viennent se former dans le plan des fils du micromètre de la lunette.

Représentons le plan du micromètre, en supposant la lunette dans la position inverse et la mire au Sud (fig. 125).

Soient :

i l'inclinaison du fil ;

β l'inclinaison de la lunette ;

ε l'inclinaison de la ligne qui joint les centres des images, lorsque le pendule est en équilibre.

Les deux triangles rectangles CDM, MDM′ donnent :

$$\operatorname{tang} i = \frac{CD}{MD}, \qquad \operatorname{tang}(\beta + \varepsilon) = \frac{DM'}{MD};$$

d'où :

$$\operatorname{tang} i + \operatorname{tang}(\beta + \varepsilon) = \frac{CM'}{MD};$$

CM′ est égal à la lecture l_0, faite sur l'image Ouest avec la vis V, diminuée de la lecture l_e, faite sur l'image Est. En appelant δ la longueur MD, que l'on mesure avec la vis d'ascension droite, la formule qui précède devient :

$$\operatorname{tang} i + \operatorname{tang}(\beta + \varepsilon) = \frac{l_0 - l_e}{\delta},$$

ou, comme les angles i, β, ε sont très petits,

$$\operatorname{tang}(i + \beta) + \operatorname{tang}\varepsilon = \frac{l_0 - l_e}{\delta}. \qquad (1)$$

L'expérience prouve que la différence $l_0 - l_e$ ne change pas de valeur lorsque le pendule est remis en place après avoir été retiré de ses supports. Les quantités i et β étant des constantes pendant le cours de l'opération, la formule précédente montre que ε est une constante, c'est-à-dire que le pendule reprend toujours la même position d'équilibre. Cela posé, en faisant tourner le plateau P et l'appareil qu'il supporte de 180°, on amène à l'Ouest l'ouverture qui était primitivement à l'Est, et inversement ; la ligne des images, qui faisait d'abord l'angle ε avec l'horizontale, fait après le retour-

nement l'angle $-\varepsilon$. Les mesures obtenues dans cette nouvelle position sont donc liées par l'équation

$$\operatorname{tang}(i+\beta) - \operatorname{tang}\varepsilon = \frac{l'_0 - l_e}{\hat{\varepsilon}}. \qquad (2)$$

Les relations (1) et (2) conduisent à la formule

$$\operatorname{tang}(i+\beta) = \frac{l_0 - l_e + l'_0 - l'_e}{2\hat{\varepsilon}}, \qquad (3)$$

où i est la seule inconnue.

La précision avec laquelle i est déterminée par ce procédé dépend seulement de la précision avec laquelle on mesure $l_0 - l_e + l'_0 - l'_e$. Le nombre des pointés que l'on peut faire sur chaque image n'étant pas limité, cette observation peut être faite avec une grande exactitude.

Dans la pratique : 1° on ne place pas la ligne qui joint les centres des ouvertures dans un plan parallèle au premier vertical ; 2° on ne retourne pas le pendule de 180° exactement ; 3° les rayons de la mire ne sont pas horizontaux ; 4° l'axe d'oscillation n'est pas perpendiculaire à la ligne des trous. M. Hamy a examiné quelle erreur ces quatre causes perturbatrices peuvent introduire dans la valeur de l'inclinaison du fil et les rectifications qu'il y a lieu de faire subir à l'appareil pour en rendre l'effet négligeable.

Les résultats que nous avons obtenus sont d'une concordance remarquable ; aussi l'appareil de M. Hamy peut-il servir non seulement à déterminer l'inclinaison du fil de déclinaison par des pointés en deux points du champ, mais encore à obtenir l'inclinaison de différentes portions du fil, et à étudier ainsi la forme affectée par ce fil. On peut, en effet, avec cet appareil,

trouver la tangente de l'inclinaison d'une corde dont la projection horizontale est constante dans toutes ses positions sur la courbe. Nous avons appliqué cette méthode au Cercle méridien du jardin de l'Observatoire de Paris en déterminant l'inclinaison de trois portions du fil ayant chacune 40′ de longueur. Nous avons placé : 1° une image à l'Est et l'autre au méridien ; 2° les deux images symétriquement par rapport au méridien ; 3° une image au méridien et la seconde à l'Ouest. Nous avons pu constater une légère flexion, plus notable par l'humidité que par la sécheresse ; ce dernier résultat concorde d'ailleurs avec la faculté bien connue que possèdent les fils d'araignée d'absorber l'humidité.

122. **Mire à disque mobile de M. P. Gautier pour la mesure de l'inclinaison du fil de déclinaison.** — La mire à disque mobile autour d'un axe vertical imaginée par M. P. Gautier[1] consiste en un disque vertical de cuivre, fixé sur un plateau horizontal à centre ajusté dans une base triangulaire.

Supposons la lunette pointée vers le Sud, la tête de vis en bas et le disque orienté de telle sorte que son axe de rotation vienne faire son image dans le méridien. Soit A un trou très fin qui, dans la position initiale du disque, vient faire son image a à l'extrémité droite du champ. Pointons cette image avec le fil mobile de déclinaison, et soit p le pointé. Faisons maintenant tourner le disque de 180° : l'image passe de l'autre côté du méridien symétriquement en a', et soit p' le nouveau pointé de cette image.

[1] Gautier, 1, *Bull. astr.*, t. VII, p. 97.

Convenons, suivant l'usage, de considérer l'inclinaison de aa' comme positive si le point a est le plus élevé, et soit φ cette inclinaison. On aura alors, i étant l'inclinaison cherchée,

$$\text{tang}\,(i-\varphi)=\frac{p-p'}{l},$$

l étant la longueur de aa' en arc.

On accroîtra la précision en répétant cette opération avec un second point B, symétrique du premier par rapport au méridien.

Or φ est l'angle de aa' avec l'horizontale, ou bien l'angle de l'axe de rotation et de la verticale.

Pour obtenir cet angle, pratiquons sur la plaque, dans le sens vertical, près de l'axe, de part et d'autre du milieu du champ et à des distances analogues à celles du point A, deux trous C et D (fig. 126). Pointons l'image de C avec le fil vertical, et marquons avec le fil horizontal le point de ce fil en coïncidence avec cette image. Déplaçons la lunette et amenons cette croisée de fils à la hauteur de l'image du point D; pointons alors D avec le fil vertical : la différence des deux lectures successives de la vis d'ascension droite donnera la distance DE, c'est-à-dire la distance du point D à la verticale passant par C.

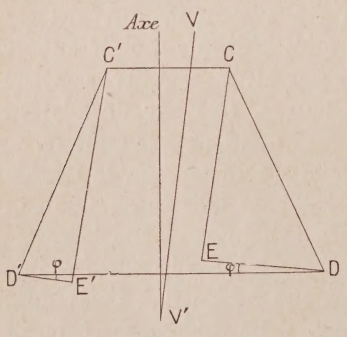


Fig. 126.

Tournons le disque de 180° et recommençons les mesures : nous obtiendrons la distance D'E', c'est-à-dire la distance du point D' à la verticale passant par C'.

Or on a, en posant $CDD' = \alpha$:

$$DE = CD \cos(\alpha - \varphi),$$

$$D'E' = CD \cos(\alpha + \varphi);$$

d'où l'on tire :

$$DE - D'E' = CD \cdot 2 \sin \alpha \sin \varphi,$$

et

$$\sin \varphi = \frac{DE - D'E'}{2CE}.$$

123. **Méthodes de MM. Ambronn et Grossmann pour la détermination de l'inclinaison des fils dits horizontaux.** — M. Ambronn a proposé un procédé qui a été essayé à Gœttingue, et que M. Grossmann[1] a simplifié. La méthode, semblable à la précédente, consiste à placer dans le plan focal d'un collimateur un disque métallique assez mince, percé de quatre petites ouvertures circulaires disposées en croix. On mesure, avec le fil horizontal mobile, la distance verticale des deux points lumineux qui sont à peu près sur la même ligne horizontale, et avec le fil vertical la distance des deux autres points. Ensuite M. Ambronn, comme dans le dispositif de M. Gautier, fait tourner le disque de 180° autour d'un axe vertical, et effectue une nouvelle série de mesures. M. Grossmann substitue à cette rotation une rotation de 90° autour de

[1] Grossmann, **2**, *Astr. Nach.*, vol. CXLIV, col. 87.

l'axe optique. Des lectures faites dans les deux positions, il sera facile de déduire l'inclinaison cherchée.

124. **Méthode de M. Renan pour l'étude du micromètre d'une lunette méridienne.** — M. Renan[1] a indiqué une méthode pratique pour vérifier la perpendicularité des fils mobiles du micromètre ou déterminer exactement l'angle que font entre eux un fil d'ascension droite et un fil de déclinaison. Il serait facile d'en déduire les mêmes éléments pour les fils fixes.

Une plaque de verre carrée (fig. 127), de même dimension que le châssis réticulaire, est argentée sur une de ses faces. Sur cette argenture sont tracés deux traits à angle droit, parallèles aux côtés de la plaque et se coupant en son centre. En quatre points voisins des côtés du carré sont aussi tracés quatre traits courts perpendiculaires aux premiers. On a ainsi quatre petites croix 1, 3, 2, 4 formant les sommets d'un carré. Il est nécessaire que les diagonales de ce carré soient rigoureusement perpendiculaires, et il y a avantage à ce qu'elles soient de même longueur ; l'emploi même de la méthode permet de s'assurer que ces conditions sont satisfaites avec l'exactitude voulue.

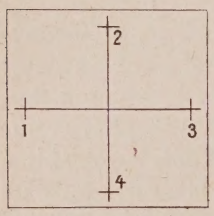


Fig. 127.

L'appareil se place dans le tube de la lunette en avant des fils du réticule, la face argentée du côté de

[1] Renan, 3, *Bull. Astr.*, t. XXIV, p. 129, et *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXLIII, p. 160 et p. 274.

l'objectif et très près ($0^{mm},1$ au plus) des fils. Comme il y a déjà un petit intervalle du même ordre de grandeur entre les plans des fils verticaux et horizontaux, la mise au point se fera sur le plan intermédiaire. Il faut remarquer que la plaque de verre étant placée comme on vient de l'indiquer, l'une des diagonales du carré doit être orientée à peu près parallèlement au fil d'ascension droite, et l'autre au fil de déclinaison. De plus, par les parties désargentées, on peut apercevoir les fils micrométriques qui les croisent.

Ceci fait, on mesure en tours et parties des vis les distances 1-3 (asc. dr.) et 2-4 (décl.); puis on pointe 1-3 avec le fil de déclinaison et 2-4 avec celui d'ascension droite. On tourne alors la plaque de 90° comme le fait M. Grossmann du disque placé dans le collimateur, puis on répète les opérations précédentes en mesurant les distances 2-4 (asc. dr.) et 1-3 (décl.), 1-3 (asc. dr.) et 2-4 (décl.).

Supposons la lunette pointée au Sud, position directe. Désignons par I l'angle du fil de déclinaison avec l'axe de rotation de l'instrument affecté du signe convenu et par K l'angle du fil d'ascension droite avec le plan instrumental, angle affecté du signe + lorsque l'extrémité supérieure du fil est à l'Est de ce plan.

Prenons le plan focal pour plan de la figure : soit B'OB (fig. 128) la trace du plan instrumental, le point O étant très voisin du centre du champ, et supposons A'OA parallèle à l'axe de rotation. Amenons les deux fils du micromètre à passer au point O, et soient alors C'OC la position du fil de déclinaison, et D'OD celle du fil d'ascension droite; on aura alors :

$$COA = I, \qquad DOB = K.$$

L'angle BOA est droit. Posons :

$$K - I = \beta ;$$

on trouvera, pour l'angle des deux fils :

$$DOC = DOA - COA = 90^\circ + K - I = 90^\circ + \beta .$$

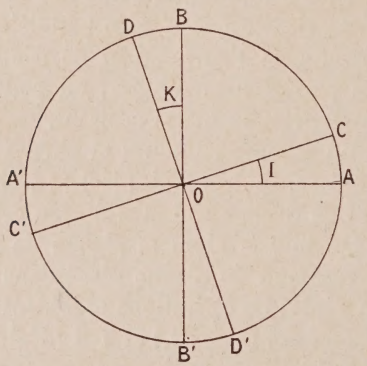


Fig. 128.

Les mesures effectuées vont nous permettre d'évaluer l'angle β. Nous désignerons les distances 1-3 par a (vis d'asc. dr.) et par a' (vis de décl.), les distances 2-4 par b (vis d'asc. dr.) et par b' (vis de décl.) : a et b' ont été évaluées dans la première position de la plaque, a' et b dans la deuxième. Soient encore :

1re position :

l_1 et l_2 les pointés faits respectivement sur 1 et 3 avec le fil horizontal.
l'_1 et l'_2 — — 2 et 4 — vertical.

2e position :

m_1 et m_2 les pointés faits respectivement sur 2 et 4 avec le fil horizont.
m'_1 et m'_2 — — 3 et 1 — vertical.

On a, en secondes d'arc (fig. 129) :

$$CO3 = \frac{l_1 - l_2}{a' \sin 1''}, \qquad DO2 = \frac{l'_2 - l'_1}{b \sin 1''}.$$

Posons pour simplifier l'écriture :

$$\frac{1}{\sin 1''}\left(\frac{l_1 - l_2}{a'} - \frac{l'_2 - l'_1}{b}\right) = \alpha_1.$$

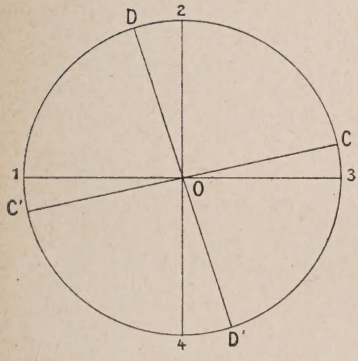


Fig. 129.

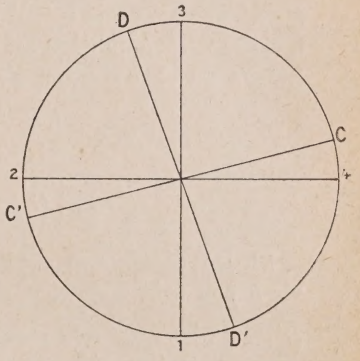


Fig. 130.

Appelons φ l'angle 2O3 ; on a :

$$\varphi = COD + CO3 - DO2,$$

ou en vertu des relations précédentes :

$$\varphi = 90^\circ + \beta + \alpha_1. \qquad (1)$$

On trouverait de même (fig. 130) :

$$180^\circ - \varphi = 90^\circ + \beta + \alpha_2, \qquad (2)$$

en posant :

$$\frac{1}{\sin 1''}\left(\frac{m_1 - m_2}{b'} - \frac{m'_2 - m'_1}{a}\right) = \alpha_2.$$

On tire des équations (1) et (2) les valeurs des inconnues φ et β :

$$\beta = -\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, \qquad \varphi = 90 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}.$$

Ces valeurs résolvent complètement le problème proposé.

Il n'est pas nécessaire que les diagonales du carré formé par les croix soient rigoureusement égales; mais lorsque cette condition est remplie, le calcul des quantités α est plus simple. En effet, on peut écrire :

$$\alpha_1 = \frac{l_1 - l_2}{a' \sin 1''} - \frac{l'_2 - l'_1}{a \sin 1''}$$

$$= \frac{1}{a' \sin 1''} \left[(l_1 - l_2) - (l'_2 - l'_1) \frac{a'}{a} \right].$$

Si les diagonales sont égales et les pas des deux vis à peu près égaux, a' diffère peu de a, le calcul de $(l'_2 - l'_1)\frac{a'}{a}$ est très simple. De plus, la fraction $\frac{a'}{a}$ reste constante pendant une série d'expériences : on pourra prendre pour sa valeur la moyenne de toutes les déterminations obtenues.

L'appareil de M. Renan permet aussi d'évaluer très facilement la différence des tours de vis. On pourra donc, connaissant l'un, en déduire l'autre. Appelons A et B les valeurs respectives, en secondes d'arc, des vis de déclinaison et d'ascension droite. On a identiquement :

$$Aa' = Ba,$$

d'où

$$B - A = \frac{a' - a}{a} A,$$

ce qui donne la valeur de la différence des deux tours de vis avec une approximation bien supérieure à celle que l'on obtiendrait par des mesures directes. M. Renan, dans les déterminations qu'il a faites au Cercle méridien du jardin (Observatoire de Paris), estime que la valeur de $B - A$ qu'il obtient est exacte à $0'',0007$ près.

Le même appareil permet encore d'évaluer les valeurs A_1 et B_1 des pas de la vis de déclinaison et de la vis d'ascension droite. Prenons le millimètre comme unité, et soit d la distance des croix 1 et 3 en millimètres. On a :

$$A_1 a' = d, \qquad B_1 a = d.$$

Or d peut se mesurer a $0^{mm},05$ près, et l'on pourra calculer A_1 et B_1 à moins de $\frac{0^{mm},05}{a}$; ainsi, si $a = 10^t$, on aura A_1 et B_1 à moins d'un demi-centième de millimètre.

Enfin, connaissant A et A_1, on peut calculer la distance focale Δ de l'objectif, comptée à partir de son centre optique :

$$\Delta = \frac{A_1}{\tang A}.$$

M. Renan a appliqué ce procédé à la lunette du Cercle du jardin et trouvé pour la distance focale la longueur $2^m,340$, avec une erreur qu'il évalue inférieure à $0^m,002$.

CHAPITRE V

RÉFRACTION. TABLES EMPLOYÉES. COLLIMATION POLAIRE. DISTANCES POLAIRES CONCLUES

125. **Définition de la réfraction astronomique.** — La réfraction astronomique est la déviation dans le plan vertical que la couche d'air qui entoure la Terre fait subir à la direction des rayons lumineux émanés des astres. L'effet de la réfraction sur les observations méridiennes est d'augmenter l'angle de la droite qui va de l'observateur à l'astre avec la méridienne; elle affecte les distances polaires, mais ne modifie pas les heures des passages. Cette déviation va en augmentant du zénith, où elle est nulle, jusqu'à l'horizon, où elle atteint sa valeur maxima 35′ environ, c'est-à-dire une valeur supérieure de quelques minutes d'arc aux diamètres maxima du Soleil (32′.36″) ou de la Lune (33′.34″). La théorie de la réfraction sera exposée dans un volume de l'**E.S.** L'examen et la discussion des nombreux travaux relatifs à la réfraction ne peuvent trouver place dans le volume que nous publions. Nous rappellerons que la théorie de la réfraction est basée sur l'hypothèse que la Terre est entourée de couches d'air concentriques dont la densité va en diminuant à mesure qu'on

s'éloigne de la surface du globe terrestre. L'intégration des équations exige la connaissance de la loi suivant laquelle la densité des couches gazeuses décroît avec la hauteur. Mais ici on ne peut faire que des hypothèses, cette loi étant inconnue ou imparfaitement connue. Nous citerons les hypothèses de Dominique Cassini, Mayer, Bouguer, Simpson, Newton, Bradley, Laplace, Bessel, Ivory, et cette énumération seule suffit à mettre en évidence l'incertitude qui peut exister sur le calcul de la réfraction. Ajoutons que dans l'état actuel de la science cette incertitude est faible et ne devient sensible que pour les grandes distances zénithales.

Nous nous bornerons ici à rappeler les formules adoptées actuellement et à montrer comment on les a réduites en Tables, de manière à rendre le calcul d'une réfraction simple et pratique.

126. **Tables de réfractions astronomiques de V. Caillet**[1]. — Les réfractions $\mathbf{r}$ pour les distances zénithales apparentes z moindres que 60° sont données par la formule de Laplace[2] :

$$\mathbf{r} = 60''56706 \operatorname{tang} z - 0'',067018 \operatorname{tang}^3 z,$$

et pour les réfractions correspondant aux distances zénithales apparentes supérieures à 60° (jusqu'à 90°.30′), par la formule[3]

$$\mathbf{r} = 2790'',157\,(0{,}7547916 - 0{,}4904167\,\mathrm{T}^2)\sin z \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{\mathrm{T}^2} \int_{\mathrm{T}}^{\infty} e^{-t^2}\,dt + 10021'',343 \sin 2z,$$

$$\mathrm{T} = 25{,}961924 \cos z.$$

[1] Caillet, *Additions à la Connaissance des Temps*, 1851, p. 9.
[2] Laplace, *Mécanique céleste*, t. IV, p. 271 (édition de 1805).
[3] Laplace, *Mécanique céleste*, t. IV, p. 263 (édition de 1805).

Ces deux formules donnent d'ailleurs des résultats identiques jusqu'à la distance zénithale de 60°; on a, en effet :

1re formule	$\log. \mathbf{r}_{60°} = 2{,}01935,$
2e formule	$\log. \mathbf{r}_{60°} = 2{,}01938.$

les deux valeurs de **r** ne diffèrent que de 0″,007

Les formules précédentes ont été réduites en Tables par V. Caillet[1]. Ces Tables ont été adoptées par le Bureau des Longitudes et par l'Observatoire de Paris, sous des formes un peu différentes.

La Table I donne la valeur de $\log \mathbf{r}$ pour 0m,760 du baromètre et 0° du thermomètre centigrade:

de 20′ en 20′	depuis $z =$	0°.0′	jusqu'à $z =$	40°.0′
— 10′ — 10′	—	40 .0	—	60 .0
— 5′ — 5′	—	60 .0	—	80 .0
— 2′ — 2′	—	80 .0	—	84 .0
— 1′ — 1′	—	84 .0	—	90 .30

avec les différences pour 1′ quel que soit l'intervalle adopté pour les valeurs de z.

La Table VI, construite sur le modèle des *Tables de la Connaissance des Temps*, donne la valeur de **r**, réfraction astronomique moyenne (baromètre = 0m,760, thermomètre centigrade = + 10°), en fonction de la hauteur apparente h :

de 10′ en 10′	depuis $h =$	0°0′	jusqu'à $h =$	14°0′
de degré en degré	— $h =$	14.0	— $h =$	90.0

avec les différences pour 10′ dans toute l'étendue de la Table.

[1] Caillet, *Additions à la Connaissance des Temps*, 1851, p. 9.

Les nombres de cette Table n'ont pas été calculés comme ceux de la précédente d'après les formules de Laplace : on s'est borné à multiplier les réfractions moyennes ($t = 0^{\circ}$ et $h = 0^{m},760$) par le facteur 0,9629 (voir § 127).

Dans la *Connaissance des Temps*, on reproduit la Table VI en la simplifiant; on ne donne que le dixième de seconde au lieu du centième. Cette même Table est reproduite dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, sauf les valeurs des différences.

Dans les *Tables usuelles destinées à faciliter la réduction des observations méridiennes*, employées à l'Observatoire de Paris, on a adopté les réfractions moyennes pour la température de $+10^{\circ}$ et pour une hauteur barométrique, réduite à $+10^{\circ}$, de $0^{m},760$. Ces Tables, d'un emploi très commode, donnent les valeurs de la réfraction au centième de seconde, de $10'$ en $10'$ depuis $0^{\circ}.0'$ de distance zénithale apparente jusqu'à $80^{\circ}.0'$. Dans la pratique des observations méridiennes, on évite d'observer au delà de cette limite, l'incertitude sur la valeur de la réfraction devenant alors trop grande et les conditions de l'observation étant dans ce cas très mauvaises au point de vue de la qualité des images.

Les instruments méridiens modernes sont gradués de manière que les lectures au cercle vont en croissant quand la lunette va du pôle Nord à l'horizon Sud par le zénith (types Eichens, Gautier, Repsold, etc.); c'est le contraire pour les instruments du type Gambey. Pour entrer dans la Table ayant pour argument la distance zénithale z, on devra déterminer, d'après la lecture du cercle, la valeur de z. Soit N la lecture au nadir;

la lecture au zénith est $N \pm 180^\circ$, et la distance zénithale z correspondant à la lecture $\mathfrak{L}$ du cercle a pour expression :

$$z = \mathfrak{L} - N \mp 180^\circ \qquad \text{(type moderne)},$$
$$z = N - \mathfrak{L} \pm 180^\circ \qquad \text{(type Gambey)}.$$

Si l'on ne connaît pas la lecture au nadir, on prend dans le Catalogue des fondamentales la distance polaire vraie d'une des étoiles observées : il y a avantage à la choisir aussi voisine que possible du zénith. Désignons par φ la latitude du lieu d'observation; on a pour valeur de la distance zénithale vraie z_v de l'étoile :

$$z_v = \mathfrak{P} - (90 - \varphi) = \mathfrak{P} + \varphi - 90^\circ.$$

Avec cette valeur de z_v, on calcule une valeur approchée de la réfraction $\mathbf{r}_a$, — nous dirons plus loin avec quelle approximation, — et la distance zénithale apparente aura pour expression

$$z = z_v - \mathbf{r}_a = \mathfrak{P} + \varphi - 90^\circ - \mathbf{r}_a.$$

De là nous tirerons la lecture au zénith :

$$\mathfrak{L} - z = \mathfrak{L} - \mathfrak{P} - \varphi + 90^\circ + \mathbf{r}_a \qquad \text{(type moderne)},$$
$$\mathfrak{L} + z = \mathfrak{L} + \mathfrak{P} + \varphi - 90^\circ - \mathbf{r}_a \qquad \text{(type Gambey)},$$

$\mathfrak{L}$ étant la lecture correspondant à l'observation de l'étoile.

Dans la pratique, il convient de calculer la lecture au zénith avec deux étoiles; l'accord des résultats permet de conclure à l'exactitude de la lecture au zénith calculée.

Ayant la lecture au zénith, nous rentrons dans le cas précédent, et en combinant sa valeur avec les différentes

lectures, nous aurons l'argument z pour toutes les étoiles de la série.

Les Tables ayant pour argument la distance zénithale z' conviennent particulièrement aux instruments modernes, chiffrés de façon que la lecture au zénith soit voisine de 0° (Cercle méridien du Cap). Dans les instruments du type moderne chiffrés de manière que la lecture au pôle soit voisine de 0° (Grand Instrument méridien de Paris), on a avantage, pour faciliter la lecture, à prendre pour argument correspondant à $z = 0°$ une valeur très voisine de la colatitude. Ainsi, par exemple, à Paris, la colatitude $(90° - \varphi)$ est égale à $41°.9'.48''$; on a pris pour argument initial $41°.10'$, et l'on a donné les valeurs de la réfraction moyenne de 10′ en 10′ depuis $41°.10'$ jusqu'à $121°.10'$, au lieu de $z = 0°$ à $z = 80°.0'$.

Mais alors, si la *collimation polaire* de l'instrument, c'est-à-dire la lecture au pôle, est c (avec son signe), il faudra entrer dans la Table, non avec la lecture $\mathfrak{L}$, mais avec la valeur $\mathfrak{L} + c + 12''$. On aura une valeur approchée de la collimation en calculant avec deux fondamentales une valeur approchée $\mathbf{r}_a$ de la réfraction, en la combinant avec la distance polaire calculée $\mathfrak{P}$ et la lecture du cercle (microscopes et micromètre) :

$$c = \mathfrak{P} - \mathfrak{L} - \mathbf{r}_a.$$

Pour le Cercle mural de Gambey à Paris, on a pris pour argument origine 15° (195° — 180°), la lecture au nadir étant voisine de 195°. On entre dans la Table avec l'argument

$$\mathfrak{L} + 195° - \text{nadir}.$$

Dans le cas où l'on n'aurait pas la lecture au nadir,

on calculerait à l'aide de deux fondamentales une valeur approchée de la lecture au pôle par la formule

$$c = \mathfrak{L} - \mathbf{r}_a + \mathfrak{P},$$

et ensuite la correction applicable à toute la série par

$$\delta\mathfrak{L} = c - 56^\circ.9'.48'',$$

la lecture 195° au nadir correspondant à la lecture $56^\circ.9'.48''$ au pôle.

127. **Correction des réfractions moyennes des Tables de Caillet.** — Les Tables de Caillet donnent la réfraction pour la température 0° et la pression barométrique $0^m,760$. On obtient la réfraction $\mathbf{r}'$ convenant à un autre état de l'atmosphère (pression h, température t) par la formule

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}\,\varepsilon\,\eta,$$

dans laquelle

$$\varepsilon = \frac{1}{(1 + 0{,}003665\,t)\,(1 + 0{,}00018018\,t)}, \quad \eta = \frac{h}{0^m,760}.$$

Si nous faisons $t = 10^\circ$, $h = 0^m,76$, on a :

$$\mathbf{r}' = 0{,}9629\,\mathbf{r},$$

relation qui a servi au calcul des Tables du Bureau des Longitudes (*Connaissance des Temps* et *Annuaire*) et des Tables de l'Observatoire de Paris.

Les facteurs ε et η sont donnés respectivement par leurs logarithmes dans les Tables II et III de Caillet : logarithme du facteur dépendant de la hauteur du thermomètre, logarithme du facteur dépendant de la hauteur du baromètre. On a donc :

$$\log \mathbf{r}' = \log \mathbf{r} + \log \varepsilon + \log \eta.$$

La hauteur h du baromètre, argument de la table III, doit être réduite à la température t de l'air extérieur.

La valeur de $\mathbf{r}'$ ainsi calculée n'est qu'approchée. Pour avoir une valeur plus exacte, on doit lui ajouter le terme

$$\frac{\alpha}{\sin 1''}\eta\varepsilon\left[\frac{\alpha}{2}(\eta\varepsilon - 1) - \frac{l}{a}mt\right]\frac{\tang z}{\cos^2 z},$$

dans lequel

$$\alpha = 0{,}00029376,\quad \frac{l}{a} = 0{,}001252553,\quad m = 0{,}003665.$$

Les Tables IV et V de Caillet donnent les valeurs de

1° $\dfrac{\alpha}{\sin 1''}\eta\varepsilon\left[\dfrac{\alpha}{2}(\eta\varepsilon - 1) - \dfrac{l}{a}mt\right]1000$ (Table IV),

2° $\dfrac{\tang z}{\cos^2 z} \times \dfrac{1}{1000}$ (Table V).

La Table IV est à double entrée : argument horizontal h de $0^m,700$ à $0^m,800$ ($0^m,010$ en $0^m,010$); argument vertical t de $+45°$ à $-35°$ (degré en degré). Le facteur donné par la Table V ne dépend que de la distance zénithale, il ne devient sensible qu'à partir de $z = 30°$. Cette Table ne s'étend pas au delà de 85°, parce que les corrections deviennent alors trop incertaines.

La Table VII de Caillet donne les facteurs relatifs au baromètre et au thermomètre, par lesquels on doit multiplier la réfraction donnée par la table VI, lorsqu'on ne tient pas à avoir la réfraction avec une grande précision. Ces Tables peuvent le plus souvent suffire aux voyageurs et aux marins. Elles sont reproduites

avec de légères modifications dans la *Connaissance des Temps* et dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*.

On a adopté, à l'Observatoire de Paris[1], une forme différente pour la réduction en Tables de la réfraction correspondant à l'état h et t de l'atmosphère. Le terme correctif (Tables IV et V de Caillet) est :

$$\frac{\alpha}{\sin 1''}\eta\varepsilon\left[\frac{\alpha}{2}(\eta\varepsilon - 1) - \frac{l}{a}mt\right]\frac{\operatorname{tang} z}{\cos^2 z}.$$

Si nous appelons λ la valeur fournie par la Table IV, nous pouvons écrire :

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}\varepsilon\eta + \frac{\lambda \operatorname{tang} z}{1000\cos^2 z},$$

formule qui convient, ainsi que nous l'avons dit, jusqu'à $z = 85^\circ$. Posons :

$$\varepsilon\eta - 1 = f, \qquad \frac{\lambda \operatorname{tang} z}{1000\cos^2 z} = \mathrm{B};$$

on aura :

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{r}f + \mathrm{B}.$$

La valeur de $10000f$ est donnée par une Table à double entrée ayant pour argument horizontal la température extérieure de dixième en dixième de degré depuis -10° jusqu'à $+30^\circ$, et pour argument vertical la hauteur du baromètre réduite à la température extérieure et exprimée en millimètres depuis $0^m,735$ jusqu'à $0^m,775$.

Trois Tables donnent la valeur de $100\,\mathrm{B}$; elles correspondent aux trois Tables de réfraction moyenne suivant l'argument adopté.

[1] Observatoire de Paris, Tables usuelles destinées à faciliter la réduction des observations méridiennes et équatoriales.

Les nombres de ces Tables sont calculés pour $h = 0^m,760$, elles donnent la variation V de 100 B pour un centimètre d'accroissement de pression. V est insensible pour $z < 73^\circ$. L'argument horizontal est la distance zénithale apparente (instruments modernes, 0° au zénith), la lecture du cercle (inst. modernes, 0° au pôle), la lecture du cercle (type Gambey); l'argument vertical est la température (— 10° à + 35°).

128. **Tables de réfraction de Bessel.** — Dans les Tables publiées par Bessel dans les *Fundamenta astronomiæ*[1] (1818) et plus tard dans les *Tabulæ Regiomontanæ*[2] (1830) la réfraction moyenne a pour expression : $\alpha \operatorname{tang} z_a$, et la réfraction vraie :

$$\mathbf{r}' = \alpha\,\beta^{A}\gamma^{\lambda} \operatorname{tang} z_a, \qquad \beta = \mathrm{BT},$$

où z_a est à la distance zénithale apparente.

Ces Tables ne s'étendent que jusqu'à $z = 85^\circ$; les légères différences qui existent entre elles proviennent de ce que, pour calculer les secondes, Bessel a modifié très légèrement la constante α et diminué le coefficient thermométrique[3]. Les Tables des *Tabulæ Regiomontanæ* étant employées par un grand nombre d'astronomes, nous croyons utile de rappeler la disposition adoptée par Bessel.

La Table XIV donne les trois quantités $\log \alpha$, A qui ne devient sensible qu'à partir de 77° de distance zénithale, et λ dont il y a lieu de tenir compte lorsque z

[1] Bessel, **1**, *Fundamenta astronomiæ*, p. 45.
[2] Bessel, **3**, *Tabulæ Regiomontanæ*, p. 538.
[3] Radau, **2**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. XVI, p. B. 63.

atteint 45°. L'argument z_a est donné de 5° en 5° jusqu'à $z = 30°$, de 1° en 1° jusqu'à $z = 75°$ et de 10′ en 10′ jusqu'à la limite de la Table $z = 85°$. Le supplément, donnant le log de la réfraction moyenne et les valeurs de A et λ, repose sur les observations d'Argelander.

La quantité β est égale à BT, T désignant le facteur dépendant de la température du baromètre et B celui qui dépend de la pression barométrique. Deux Tables donnent la valeur de log T : l'une pour l'échelle Fahrenheit (— 30° à 100° F.), l'autre pour les échelles Réaumur et centigrade (— 35° à + 35° R. ou C.). Les valeurs de log B sont données pour trois formes de l'argument : 1° en lignes $\left(\frac{1}{144}\text{ du pied de Paris ou } 0^{cm},226\right)$ de 315 à 350 lignes; 2° en pouces anglais (inch ou $2^{cm},540$) de $27^{l},5$ à $31^{l},0$; et, 3° en millimètres de $0^{m},725$ à $0^{m},795$. Un dernier Tableau donne de degré en degré les valeurs de log γ pour les mêmes limites et les mêmes échelles que la Table des valeurs de T; l'argument est la température extérieure.

On a finalement :

$$\log \mathbf{r}' = \log \alpha + \log \operatorname{tang} z_a + A \log \beta + \lambda \log \gamma$$

avec

$$\log \beta = \log B + \log T;$$

on prendra pour argument la distance zénithale apparente z_a. Les Tables de Bessel ont été reproduites dans le Traité d'astronomie de Chauvenet[1] sous une forme qui permet d'entrer dans la Table, soit avec la distance

[1] Chauvenet, *A manual of spherical and practical astronomy*, vol. II, p. 571 et suiv., Tables I et II. Voir aussi Bessel, 4, *Astronomische Untersuchungen*, vol. I, p. 159.

zénithale apparente z_a, soit avec la distance zénithale vraie z_v. Pour cela une seconde Table donne pour le même argument z les valeurs de α', A', λ' entrant dans la formule de la réfraction,

$$\mathbf{r}' = \alpha' \beta^{A'} \gamma^{\lambda'} \operatorname{tang} z_v$$

considérée comme fonction de la distance zénithale vraie z_v. La première Table donne la réfraction moyenne quand on connaît z_a, la seconde quand on a z_v.

Les Tables de Bessel ont été souvent modifiées quant à la forme. M. Schaeberle[1] a construit des Tables auxiliaires pour faciliter le calcul de la formule de la réfraction de Bessel. En appelant $\mathbf{r}$ la réfraction moyenne, on a pour valeur de la correction $\Delta\mathbf{r}$ de la réfraction moyenne :

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}\mathrm{F} + \varepsilon \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \qquad (z < 77^\circ),$$

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}\mathrm{F} + \varepsilon\left(\mathrm{F} - \frac{\sigma}{\gamma}\right) \qquad (77^\circ < z < 85^\circ).$$

Les quantités $\mathbf{r}$ et ε se déduisent de Tables ayant pour argument la distance zénithale z, les facteurs F, $\frac{\Delta\gamma}{\gamma}$ et $\frac{\sigma}{\gamma}$ dépendant de l'état atmosphérique.

A l'Observatoire de Greenwich, on a fait usage des Tables de Bessel modifiées de façon à rendre le calcul plus rapide. Les Tables publiées par Airy[2] en 1853 donnaient le logarithme de la réfraction, sans tenir compte de la différence des températures extérieures et inté-

[1] Schaeberle, **4**, *Astr. Nach.*, vol. CXVII, col. 53.

[2] Airy, **2**, *Greenwich observations made in the year* 1853, Appendix. *Bessel's refraction tables modified and expanded.*

rieures, par la simple addition de cinq nombres fournis par les Tables. Il suffit de considérer les deux lignes qui suivent pour voir l'avantage de cette disposition :

$$\log \mathbf{r} = \mathrm{A}\,(\log \mathrm{B} + \log \mathrm{T}) + \lambda \log \gamma$$
$$+ \log \alpha + \log \operatorname{tang} z \quad (\textit{Tabulæ Regiomontanæ}),$$
$$\log \mathbf{r} = \mathrm{B} + \mathrm{T} + \mathrm{Z} + t + b \quad (\textit{Greenwich}).$$

On évite toute multiplication dans le calcul de $\log \mathbf{r}$.

Les Tables d'Airy ont été remplacées en 1898 par de nouvelles Tables présentant une disposition[1] différente. Elles reposent, comme les précédentes, sur les réfractions adoptées par Bessel pour les distances zénithales de 0° à 85° (*Tabulæ Regiomontanæ*) ou celles du même astronome données dans les *Fundamenta*, mais augmentées dans le rapport de 1,003282 à 1 pour toutes les distances zénithales (0° à 88°.40′). La formule de réfraction est prise sous la forme donnée plus haut :

$$\mathbf{r} = \alpha \operatorname{tang} z_a\,(\mathrm{BT})^{\mathrm{A}-\lambda}\gamma^{\lambda},$$

où α, A, λ sont des fonctions de z_a variant lentement, et B, T, γ des coefficients dépendant respectivement de la pression barométrique, de la température intérieure et de la température extérieure ; λ est sensiblement égal à l'unité jusqu'à $z = 55°$, A jusqu'à $z = 77°$.

La Table III donne les réfractions moyennes (B = 30$^{\text{in}}$, T = 50° F) de minute en minute pour les valeurs de z_a depuis 0° jusqu'à 88°.40′ ; l'extension donnée à cette Table rend l'interpolation très simple.

[1] Cowell, *Greenwich observations made in the year* 1898, Appendix I.

La Table I donne le logarithme naturel de B à quatre décimales, de centième en centième de pouces (inch), depuis $28^{in},90$ jusqu'à $30^{in},60$; une Table supplémentaire le donne pour chaque $0^{in},1$ de $28^{in},4$ à $28^{in},9$ et de $30^{in},6$ à $30^{in},9$.

Dans la Table II, on a le logarithme naturel de γT à quatre décimales de dixième en dixième de degrés Fahrenheit depuis 25°F. jusqu'à 70°F., et, dans un Tableau annexe, la même quantité de degré en degré depuis 5° jusqu'à 25°F., puis de 70° à 95°F.

La somme de ces deux logarithmes donne $L.B T\gamma$; mais elle doit être diminuée d'une unité du quatrième ordre décimal pour chaque degré Fahrenheit que le thermomètre intérieur marque au-dessus du thermomètre extérieur.

Il faut déduire $BT\gamma$ de son logarithme naturel. Pour cela, on ajoute à $L.BT\gamma$ la moitié de son carré. En effet, des relations

$$\begin{cases} e^x = b, & \text{ou} \quad x = L.\,b \\ e^x = 1 + \dfrac{x}{1} + \dfrac{x^2}{1.2} + \dots \end{cases}$$

on déduit :

$$b = 1 + L.b + \frac{1}{2}(L.b)^2,$$

en se bornant au terme du second ordre. Dans le cas qui nous occupe, le terme carré excède rarement quelques unités du quatrième ordre décimal. On a donc pour l'excès de $BT\gamma$ sur l'unité :

$$BT\gamma - 1 = L.\,BT\gamma + \frac{1}{2}(L.\,BT\gamma)^2.$$

Si nous désignons comme précédemment par $\mathbf{r}$ et $\mathbf{r}'$ la réfraction moyenne (30^{in} et 50° F.) et la réfraction vraie (B et T), nous aurons :

$$\mathbf{r} = \alpha \operatorname{tang} z_a.$$

$$\mathbf{r}' = \alpha \operatorname{tang} z_a \, \mathrm{BT}\gamma,$$

d'où

$$\mathbf{r}' = \alpha \operatorname{tang} z_a \, (\mathrm{BT}\gamma - 1) + \alpha \operatorname{tang} z_a.$$

Cette formule ne s'applique que jusqu'à la distance zénithale de 75°; lorsque z dépasse 75°, le logarithme naturel de $\mathrm{BT}\gamma$ doit être corrigé par l'addition du terme

$$(\mathrm{A} - 1)\,\mathrm{L.B} + (\mathrm{A} - 1)\,\mathrm{L.T} + (\lambda - 1)\,\mathrm{L.}\gamma;$$

mais on remarque que l'on a sensiblement :

$$\mathrm{L.T} = \frac{1}{22}\,\mathrm{L.}\gamma, \qquad \mathrm{A} - 1 = \frac{1}{10}(\lambda - 1),$$

de sorte que l'on peut écrire pour la correction :

$$(\mathrm{A} - 1)\,\mathrm{L.B} + \frac{24}{25}(\lambda - 1)\,\mathrm{L.}\gamma\mathrm{T}.$$

En effet, dans la relation qui lie T et γ prenons 21,5 comme dénominateur au lieu de 22; on a :

$$\mathrm{L.T} = \frac{1}{21{,}5}\,\mathrm{L.}\gamma,$$

ce qui peut s'écrire :

$$\frac{1}{10}\,\mathrm{L.T} + \mathrm{L.}\gamma = \frac{24}{25}\,\mathrm{L.}\gamma + \frac{24}{25}\,\mathrm{L.T},$$

ou encore :

$$\frac{1}{10}(\lambda - 1)\mathrm{L.T} + (\lambda - 1)\,\mathrm{L.}\gamma = \frac{24}{25}(\lambda - 1)\,\mathrm{L.}\gamma\mathrm{T},$$

et en tenant compte de la relation qui lie A et λ :

$$(A-1)L.T+(\lambda-1)L.\gamma=\frac{24}{25}(\lambda-1)L.\gamma T.$$

Les Tables IV et V donnent les valeurs de $A-1$ et $\lambda-1$ d'après Bessel; mais les valeurs de $(\lambda-1)$, en raison de la valeur de la correction qui précède, ont été diminuées de $\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$. La Table IV est corrective de la Table I, et la Table V de la Table II.

A l'Observatoire de Poulkovo, les Tables dont on fait usage ($B=31^{in},056$; $T=65^{o},55$) sont équivalentes aux Tables de réfraction de Bessel ($B=30^{in}$, $T=50^{o}$ F.) jusqu'à 75^{o}.

129. **Tables de réfraction de M. L. de Ball.** — Les Tables publiées par M. L. de Ball[1] sont fondées sur la théorie de la réfraction de M. Radau et disposées de manière à permettre de calculer par logarithmes, comme celles de Bessel, la valeur de la réfraction. Le logarithme de la réfraction vraie $\mathbf{r}'$ (R dans la notation de Ball) est donné par la formule

$$\log \mathbf{r}'=\log \mathbf{r}+\log \rho+C_t+C_\rho.$$

Les Tables 1 et 2 donnent les logarithmes du facteur barométrique (argument β) de dixième en dixième de millimètre, depuis 690 jusqu'à 790 millimètres, et du facteur thermométrique (argument t) de dixième en dixième de degré depuis -30^{o} jusqu'à $+37^{o}$ centigrades.

[1] L. de Ball, **4**, *Refraktionstafeln*; **2**, *Astr. Nach.*, vol. CLXVI, col. 353, et **3**, vol. CLXVIII, col. 245; voir aussi *Bull. astr.*, t. XXIII, p. 455, 471 et 479.

La somme est $\log \rho$ (densité de l'air). La Table 4 donne le log $\mathbf{r}$ ($\log R_0$ dans la notation de Ball) avec deux, trois ou quatre décimales ($z = 0^\circ$ à $0^\circ.19'$, $0^\circ.20'$ à $4^\circ.59'$, $5^\circ.0'$ à 80°) pour toutes les minutes depuis 0° jusqu'à 80° de distance zénithale. Les Tables 5 et 6 donnent, en unités de la quatrième décimale, la correction C_t (argument z et t) très faible pour $z < 75^\circ$ et la correction C_ρ (arguments z et $\log \rho$). Une petite Table (arguments z et $\log \rho$) donne la réfraction vraie pour les distances zénithales z plus petites que $0^\circ.25'$. L'argument z de toutes les Tables est la distance zénithale apparente.

Ces Tables sont établies sur la constante $60'',154$ (Bauschinger), moyenne des huit déterminations modernes[1] :

$60'',120$ Stone, 1867,
60 ,268 Gyldén, 1870,
60 ,122 V. Fuss, 1891,
60 ,209 Observations de Poulkovo, 1861 à 1875 (Bauschinger),
60 ,058 Observations de Poulkovo, 1882 à 1891 (Nyrén),
60 ,192 Observations de Greenwich, 1877 à 1886 (Newcomb),
60 ,104 Bauschinger, 1896,
60 ,161 Courvoisier, 1904.

L'explication et l'usage des Tables sont donnés dans l'introduction.

[1] Courvoisier, *Publications de l'Observatoire d'Heidelberg*, t. III, 1904, p. 212.

130. **Tables de réfraction de M. R. Radau**[1]. — La Table I donne les réfractions normales $\mathbf{r}$ ($t = 0°$, $B = 760^{mm}$, $f = 0{,}2$), de 10′ en 10′ depuis $z = 0°$ jusqu'à $z = 70°$; puis, de 5′ en 5′ et de 1′ en 1′ jusqu'à 91°.

La Table II donne ensuite la correction de la réfraction pour 1° centigrade, de 10′ en 10′ de distance zénithale, et pour les températures $+30°$, $+20°$, $+10°$, $0°$, $-10°$, $-20°$, $-30°$; le coefficient donné par cette Table doit être multiplié par la température pour avoir la correction définitive de température qui s'ajoute, avec son signe, à la réfraction.

On arrive au même résultat pour les distances zénithales supérieures à 80° en entrant dans la Table I avec l'argument z corrigé de la quantité $-\alpha t$; le coefficient α est donné par la Table III : argument horizontal, t de $+30°$ à $-30°$ par 10°; argument vertical, distance zénithale apparente z, depuis 80° jusqu'à 90°, de 1′ en 1′.

La Table IV donne la correction de la réfraction pour 1 millimètre du baromètre, c'est-à-dire le coefficient β de la correction $+\beta(B - 760)$ qui s'ajoute à la réfraction moyenne, calculée pour la température t. C'est cette réfraction même qui est prise pour argument, on évite ainsi une double interpolation; la valeur de β est calculée depuis la valeur 0′0″ de la réfraction à $t°$ jusqu'à 60′0″, de 10″ en 10″.

La réduction complète du baromètre comprend :

1° La réduction de t_m (température du baromètre) à t (température de l'air), qui est $+0{,}00016\,B\,(t - t_m)$.

[1] Radau, 2, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires t. XIX, pagination G.

ou avec une approximation suffisante, en faisant $B = 0{,}76$, $+ 0^{mm},12\,(t - t_m)$;

2° La correction relative à la gravité (Paris, $+ 0^{mm},25$; Greenwich, $+ 0^{mm},44$; Poulkovo, $+ 0^{mm},97$);

3° La correction relative à l'humidité qu'on pourra le plus souvent négliger. Si l'on voulait en tenir compte, dans le cas d'observations faites près de l'horizon (0° à 10° de hauteur), on prendrait sa valeur dans la Table II *bis*.

Enfin la Table V permet de tenir compte des variations du paramètre f.

Les Tables de M. Radau doivent être employées toutes les fois qu'on observe des astres à moins de 10° de l'horizon. Dans les autres cas, elles ne sont pas d'un usage aussi rapide que les Tables étudiées précédemment.

131. **Formules simplifiées pour le calcul des réfractions astronomiques.** — Lorsqu'on n'a pas à déterminer les réfractions au delà d'une certaine limite, on peut souvent simplifier le calcul tout en gardant une précision suffisante.

M. Schaeberle[1] a indiqué une méthode abrégée pour le calcul des réfractions entre 0° et 45° de distance zénithale. Nous avons vu que le coefficient A de la formule de Bessel ne devient sensible qu'à partir de 77°, et le coefficient λ à partir de 45°; on peut donc de 0° à 45° écrire, en prenant A et λ égaux à l'unité :

$$\mathbf{r} = \alpha\beta\gamma \operatorname{tang} z,$$

formule où α varie de $57'',75$ ($\log \alpha = 1{,}76156$;

[1] Schaeberle, 3, *Astr. Nach.*, vol. CXVI, col. 115.

Tabula XIV, *Tabulæ Regiomontanæ*, Dist. a vert. : $z = 0^\circ$) à $57'',68$ ($\log \alpha = 1,76104$, Dist. a vert. : $z = 45^\circ$), et où β et γ dépendent des lectures du baromètre et du thermomètre. Soient β_0 et γ_0 les valeurs de β et γ pour les valeurs moyennes adoptées du baromètre et du thermomètre au lieu d'observation. La réfraction moyenne sera :

$$\mathbf{r}_0 = \alpha\beta_0\gamma_0 \operatorname{tang} z,$$

et on a :

$$\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 = \alpha(\beta\gamma - \beta_0\gamma_0) \operatorname{tang} z.$$

La valeur de $\beta\gamma - \beta_0\gamma_0$ atteindra rarement 0,1 ; si nous appelons α' la valeur de α pour $z = 45^\circ$, la plus grande différence entre α et α' ne peut pas dépasser $0'',07$ ($57'',75 - 57'',68$). L'erreur maxima en remplaçant α par α' dans la dernière égalité sera inférieure à $0'',01$ et par conséquent négligeable comme d'un ordre inférieur aux erreurs mêmes des Tables de réfraction. Soient :

$$\alpha'\beta\gamma = k, \quad \alpha'\beta_0\gamma_0 = k_0,$$

k et k_0 désignant la réfraction vraie et la réfraction moyenne pour $z = 45^\circ$ ($\operatorname{tang} z = 1$). Pour une distance zénithale inférieure à 45°, les réfractions approchées seront données par les relations :

$$\mathbf{r} = k \operatorname{tang} z, \quad \mathbf{r}_0 = k_0 \operatorname{tang} z,$$

d'où

$$\mathbf{r} = k\frac{\mathbf{r}_0}{k_0} = \mathbf{r}_0 - \frac{k_0 - k}{k_0}\mathbf{r}_0.$$

Cette valeur de $\mathbf{r}$ serait exacte si nous avions pris la vraie valeur de α au lieu de α' ($z = 45^\circ$) dans le calcul de k et k_0. Mais dans les limites considérées, nous

venons de montrer que l'erreur résultant de la substitution de α' à α peut être négligée; de plus, le quotient $\frac{\mathbf{r}_0}{k_0}$ ou tang z est moindre que 1 tant que z est inférieur à 45°; le terme $\frac{k_0 - k}{k_0}\mathbf{r}_0$ ne sera pas sensiblement erroné. On pourra construire une Table à double entrée donnant la valeur du facteur par lequel on doit multiplier la réfraction moyenne.

M. Cruls[1] a proposé pour le calcul rapide des réfractions astronomiques la formule

$$\mathbf{r} = (60'' \operatorname{tang} z - 1'' \operatorname{tang}^2 z) \times \left(0{,}00138\,\mathrm{B} - 0{,}00001\,\frac{\mathrm{B}t}{2}\right),$$

dans laquelle z représente la distance zénithale, B la pression barométrique et t la température centigrade. Le premier terme entre parenthèses représente la réfraction moyenne, le second tient compte des éléments météorologiques. Cette formule fournit des valeurs qui concordent suffisamment bien avec celles calculées par la formule de Laplace, tant que z reste inférieur à 70°. Cette expression de la réfraction est aisée à garder de mémoire.

On a souvent besoin, dans la pratique des observations méridiennes, de connaître une valeur approchée de la réfraction, particulièrement pour calculer avec assez d'exactitude le calage de l'instrument. L'observateur n'a pas toujours sous la main une Table de réfrac-

[1] Cruls, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXXX, p. 1060.

tion. M. Lehmann-Filhès[1] a donné des formules d'approximation qui permettent d'effectuer ce calcul de tête. La distance zénithale z étant exprimée en degrés, on a :

$$\mathbf{r} = z + \left(\frac{z}{10} - 1\right)^2 \quad \text{pour} \quad z \leq 45^\circ,$$

$$\mathbf{r} = \frac{3300}{\mathbf{r}_{90-z}} \quad \text{pour} \quad z \geq 45^\circ;$$

le résultat sera obtenu en secondes d'arc. Dans la seconde formule, le dénominateur $\mathbf{r}_{90-z}$ correspondant à une distance z inférieure à 45° se calcule à l'aide de la première formule. Les réfractions correspondant à deux distances zénithales complémentaires ont donc pour produit 3300; ainsi par exemple :

$$\mathbf{r}_{30^\circ} \times \mathbf{r}_{60^\circ} = 3300''.$$

La formule

$$\mathbf{r} = \frac{z}{1 - \dfrac{z^2}{9000}}$$

donne des résultats un peu plus précis que les précédentes; l'accord avec la formule de Bessel est satisfaisant jusqu'à 65°, tandis qu'avec les premières les différences s'accentuent à partir de 50°.

Nous citerons encore les formules proposées par M. Láska[2], moins faciles à calculer que les précédentes, mais qui s'accordent assez bien avec les valeurs exactes

[1] Lehmann-Filhès, **2**, *Astr. Nach* vol. CXXI, col. 383.
[2] Laska, *Astr. Nach.*, vol. CXXI, col. 111.

jusqu'au delà de 80° de distance zénithale. On a :

$$\mathbf{r} = 57'',717 \operatorname{tang} z; \qquad \text{de } z = 0° \text{ à } z = 60°,$$

et

$$\mathbf{r} = \frac{57,717 \operatorname{tang} z}{1 + \beta \operatorname{tang} z}, \quad \beta = 0,006364;$$

$$\text{de } z = 60° \text{ à } z = 85°.$$

Dans le même ordre d'idées, nous signalerons l'appareil imaginé par M. Cooke (W. E)[1] pour le calcul des réfractions. La construction de cet appareil est très facile; il se compose simplement de deux échelles glissant dans deux rainures parallèles, d'un index mobile et de deux échelles fixes, l'une pour le baromètre, l'autre pour le thermomètre. Ce petit instrument peut donner non seulement très rapidement des valeurs de la réfraction, mais encore, avec certitude, des valeurs au dixième de seconde d'arc près, et en apportant un peu de soin dans la détermination, M. Cooke estime que l'erreur pourrait ne pas dépasser deux ou trois centièmes.

132. **Détermination de la constante de la réfraction.** — L'observation en un lieu des culminations supérieures et inférieures de deux étoiles inégalement distantes du pôle donne deux équations entre la colatitude et la constante de la réfraction permettant de déterminer ces quantités.

Soient z_s et z_i (fig. 131) les deux distances zénithales apparentes d'une même étoile à ses deux passages en E_s

[1] Cooke, *Monthly Notices*, vol. LV, p. 515.

et E_i, $\mathbf{r}'_s$ et $\mathbf{r}'_i$ les réfractions correspondantes. On a pour valeurs des vraies distances zénithales :

$$z_s + \mathbf{r}'_s \quad \text{et} \quad z_i + \mathbf{r}'_i,$$

et, en appelant φ la latitude du lieu :

$$90^\circ - \varphi = \frac{1}{2}(z_s + \mathbf{r}'_s + z_i + \mathbf{r}'_i).$$

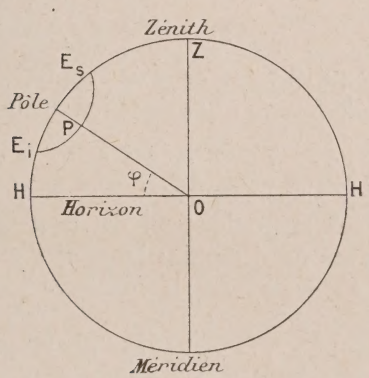


Fig. 131.

Désignons par $\mathbf{r}_s$ et $\mathbf{r}_i$ les réfractions moyennes ; on a, en employant les notations du § 127 :

$$\mathbf{r}'_s = \eta_s \varepsilon_s \mathbf{r}_s, \qquad \mathbf{r}'_i = \eta_i \varepsilon_i \mathbf{r}_i,$$

à la condition que le choix des étoiles permette de négliger les termes complémentaires. Il vient alors :

$$90^\circ - \varphi = \frac{1}{2}(z_s + z_i + \eta_s \varepsilon_s \mathbf{r}_s + \eta_i \varepsilon_i \mathbf{r}_i).$$

Mais $\mathbf{r}_s$ et $\mathbf{r}_i$ sont des fonctions de α et α^2.

On a en effet :

$$r = \frac{\alpha}{\sin 1''}\left(1 + \frac{3}{2}\alpha - \frac{l}{r_0}\right)\operatorname{tg} z + \frac{\alpha}{\sin 1''}\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{l}{r_0}\right)\operatorname{tg}^3 z,$$

formule où tout est connu sauf α, de sorte que l'on peut écrire :

$$\varphi = m + n\alpha + p\alpha^2,$$

équation contenant les deux inconnues φ et α. Une seconde étoile fournira une équation analogue :

$$\varphi = q + s\alpha + t\alpha^2;$$

ces deux équations donneront φ et α. Il est bien évident que dans la pratique on devra prendre un très grand nombre de déterminations, et l'on traitera les équations obtenues par la méthode des moindres carrés.

M. Gaillot[1] a proposé une modification à cette méthode : elle consiste à prendre deux étoiles ayant même ascension droite, ou, pratiquement, des ascensions droites très peu différentes.

Nous ne nous étendrons pas plus longuement sur la détermination de la constante de la réfraction; ce sujet sera traité plus complètement dans le volume de l'**E. S.** « *Les Constantes de l'astronomie* ». Nous avons voulu montrer simplement comment on peut déterminer cette constante par des observations méridiennes de distance zénithale.

[1] Gaillot, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CII, p. 200 et p. 247.

133. **Collimation polaire. — Conclusion des observations faites en distance polaire.** — Nous avons appris à corriger les observations des erreurs instrumentales et de la réfraction; nous pouvons alors, comme nous l'avons fait pour les ascensions droites, conclure les distances polaires des astres observés. Nous supposerons donc ici les observations de distance polaire corrigées de toutes les erreurs instrumentales, y compris les erreurs de flexion, d'équations de pointé, dont il ne sera question qu'au livre IV.

En comparant les distances polaires résultant de l'observation aux distances polaires calculées des fondamentales qui sont données dans les éphémérides, nous obtiendrons la *collimation polaire instrumentale* ou *correction de collimation*. Soient $\mathfrak{P}_c$ la distance polaire calculée d'une étoile fondamentale, $\mathfrak{L}_c$ la lecture corrigée et $\mathbf{r}$ la réfraction affectée du signe + au Sud du zénith, du signe — au Nord.

La correction de collimation c pour les instruments du type du Grand méridien est la différence à 360° de la lecture au pôle. Elle est égale à

$$\text{type G. M.} \begin{cases} c = \mathfrak{P}_c - (\mathfrak{L}_c + \mathbf{r}) & \text{Pass. sup.} \\ c = \mathfrak{P}_c + (\mathfrak{L}_c + \mathbf{r}) - 360^\circ. & \text{Pass. infér.} \end{cases}$$

Pour les instruments du type Gambey, la correction de collimation est la lecture correspondant au pôle. Elle a pour expression :

$$\text{type Gambey} \begin{cases} c = \mathfrak{L}_c - \mathbf{r} + \mathfrak{P}_c & \text{Pass. sup.} \\ c = \mathfrak{L}_c - \mathbf{r} - \mathfrak{P}_c. & \text{Pass. infér.} \end{cases}$$

Ayant déterminé la collimation pour chacune des étoiles fondamentales de la série, on calcule la correc-

tion moyenne de collimation en prenant la moyenne des corrections individuelles. S'il s'était produit pendant la série des variations considérables de température, il faudrait la partager en deux ou trois parties considérées alors comme autant de séries différentes. La correction moyenne de collimation doit être considérée comme la valeur exacte de la collimation en admettant, ce qui n'est pas absolument vrai, que les erreurs résultant soit de l'observation, soit des positions calculées des étoiles se compensent les unes les autres.

Ayant calculé la correction moyenne c_m de collimation, on la combine avec les quantités $\mathfrak{L}_c \pm \mathbf{r}$ et on déduit la distance apparente $\mathfrak{P}_{obs}$ au pôle Nord pour toutes les étoiles fondamentales et astres dont on veut déterminer la distance polaire.

On a évidemment :

Type G. M.
$$\begin{cases} \mathfrak{P}_{obs} = c_m + (\mathfrak{L}_c + \mathbf{r}) & \text{Pass. sup.} \\ \mathfrak{P}_{obs} = c_m + 360^o - (\mathfrak{L}_c + \mathbf{r}) & \text{Pass. inf.} \end{cases}$$

et

Type Gambey
$$\begin{cases} \mathfrak{P}_{obs} = c_m - (\mathfrak{L}_c - \mathbf{r}) & \text{Pass. sup.} \\ \mathfrak{P}_{obs} = (\mathfrak{L}_c - \mathbf{r}) - c_m. & \text{Pass. inf.} \end{cases}$$

LIVRE IV

ERREURS PROVENANT DES IMPERFECTIONS DE CONSTRUCTION ERREURS PERSONNELLES INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE

CHAPITRE I

ERREURS EN ASCENSION DROITE DÉPENDANT DE LA CONSTRUCTION DE L'INSTRUMENT

134. **Inégalité des tourillons de l'axe de rotation.** — Nous avons étudié jusqu'ici des déviations instrumentales d'un caractère essentiellement accidentel, et nous avons montré comment on peut dans une certaine mesure les réduire, sinon les annuler. Nous nous occuperons actuellement de l'étude de certaines imperfections de construction ayant un caractère permanent et dont on doit pouvoir tenir compte dans la réduction des observations.

Lorsque nous avons appris (§ 87 et suivants) à déterminer la valeur de l'inclinaison de l'axe des tourillons, nous avons admis que la droite CD (fig. 105 et 106) qui joint les points d'appui du niveau est parallèle à la ligne des centres des sections droites correspondantes, ce qui revient à admettre que les deux tourillons sont des cylindres circulaires de même base. Cette ligne des centres est l'*axe de rotation*. L'inclinaison obtenue est celle de cette ligne, que les angles des crochets soient égaux ou non. Il n'en est plus de même quand les sections droites des tourillons aux points d'appui du niveau sont de diamètres différents. Avant de montrer comment on peut dans ce cas obtenir l'inclinaison de la ligne des centres des deux sections inégales, c'est-à-dire de l'axe réel de rotation, nous déterminerons, par l'observation même du niveau, l'inégalité des tourillons. Pour simplifier le raisonnement, nous supposerons que les tourillons sont circulaires, qu'ils reposent sur des coussinets formés de deux plans rectangulaires également inclinés sur l'horizon et que les crochets des supports verticaux du niveau sont également rectangulaires.

Figurons l'axe OO′ de rotation (fig. 132), ligne des centres des sections droites des tourillons. C et D sont les sommets des crochets, C′ et D′ les sommets des coussinets. Le nivellement nous donne l'inclinaison de la ligne CD par rapport à l'horizon. Menons OF et OF′ respectivement parallèles à CD et à C′D′. Par retournement de la lunette, nous obtiendrons, ainsi que nous allons le montrer, la valeur de l'angle FOO′ ou de son égal F′OO′, qu'on appelle la *correction de l'inégalité des tourillons* et que nous désignerons par v.

Soient I_d et I_i les inclinaisons données par le nivellement, la lunette étant dans la position directe, puis dans la position inverse; β_d et β_i les inclinaisons cherchées de l'axe de rotation OO′ dans les deux positions; ψ l'angle que fait la ligne des sommets des coussinets

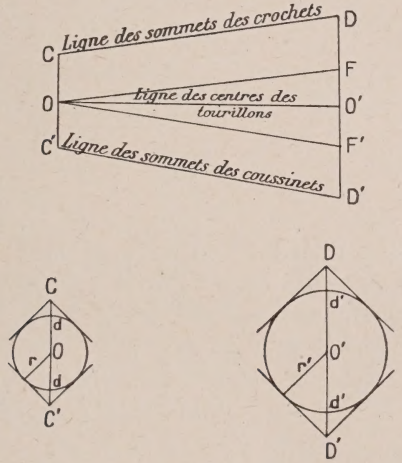


Fig. 132.

avec l'horizontale, angle qui est constant si l'on néglige le jeu des piliers pendant la détermination, ce qu'il est évidemment permis de faire. Supposons le tourillon le plus gros à l'Ouest lorsque la lunette est dans la position directe.

On a alors :

$$\beta_d = I_d - v \qquad \text{(position directe)},$$

et

$$\beta_i = I_i + v \qquad \text{(position inverse)};$$

d'où

$$\beta_i - \beta_d = I_i - I_d + 2v.$$

D'autre part,

$$\beta_d = \psi + v \qquad \text{(position directe)},$$

$$\beta_i = \psi - v \qquad \text{(position inverse)};$$

d'où

$$\beta_i - \beta_d = -2v,$$

et en égalant les deux valeurs de $\beta_i - \beta_d$,

$$I_i - I_d + 2v = -2v,$$

et

$$v = \frac{1}{4}(I_d - I_i).$$

Ainsi l'inégalité des tourillons est donnée en grandeur et en signe par le quart de la différence des inclinaisons déterminées successivement dans la position directe et dans la position inverse de l'instrument.

Soient r et r' les rayons des tourillons; d et d' les distances $OC = OC'$, $O'D = O'D'$. On a :

$$d = r\sqrt{2}, \qquad d' = r'\sqrt{2},$$

et en appelant l la longueur du bras horizontal du niveau, ou, si l'on veut, la distance de deux sections droites correspondant aux points d'appui des branches verticales :

$$\sin v = \frac{d' - d}{l} = \frac{(r' - r)\sqrt{2}}{l};$$

ou bien, l'angle v étant très petit,

$$v = \frac{(r' - r)\sqrt{2}}{l \sin 1''},$$

égalité qui permet d'évaluer la différence de rayon des

tourillons Dans un instrument méridien bien construit, cette différence doit être nulle ou extrêmement faible, et l'on ne peut pas faire servir la formule précédente à la détermination de v; il serait impossible d'évaluer $r' - r$ directement avec la précision voulue. La détermination de l'inégalité des tourillons par le nivellement et le retournement de la lunette est une opération longue et laborieuse. Pour éliminer les erreurs accidentelles, on doit effectuer un nombre considérable de déterminations.

Les deux sections droites des tourillons que nous avons considérées peuvent être regardées comme les sections droites d'un cône. L'angle γ de la génératrice MS de ce cône (fig. 133) avec l'axe ne doit pas

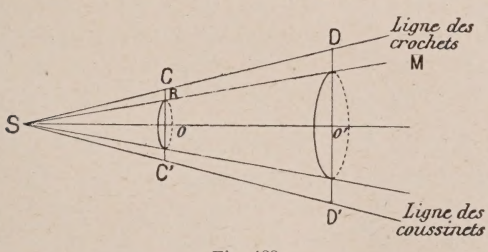


Fig. 133.

être confondu avec l'inégalité des tourillons. Cet angle γ, ainsi qu'on le voit sur la figure, est plus petit que l'angle v, la ligne des sommets des crochets étant forcément plus relevée du côté du tourillon le plus gros. En supposant le même sommet S à ces deux angles, on a, ces angles étant très petits :

$$\frac{\gamma}{v} = \frac{o\mathrm{R}}{o\mathrm{C}} = \frac{r}{r\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Pour déterminer v, nous avons supposé les crochets rectangulaires. Dans le cas où les angles des V différeraient légèrement de 90°, il est facile de voir que l'erreur qui en résulterait sur v est très faible. Les valeurs de β_d et de β_i varieraient en effet de très petites quantités ε et ε' et v de $\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{2}$.

Connaissant v, il est facile d'obtenir la valeur exacte de l'inclinaison de l'axe de rotation (ligne des centres des sections droites aux points d'appuis); on a :

$$\beta_d = I_d - v \qquad \text{(position directe)},$$

$$\beta_i = I_i + v \qquad \text{(position inverse)},$$

I_d et I_i étant les résultats de l'inclinaison obtenus avec le niveau. En somme, du moment que les tourillons sont circulaires, on peut à l'aide du niveau seul déterminer l'inclinaison de l'axe de rotation.

135. **Étude des tourillons.** — Une légère différence de diamètre des tourillons ne nuit en rien à la détermination de l'état de l'instrument, nous venons de le montrer; mais il est absolument nécessaire que les tourillons soient rigoureusement circulaires. Dans le cas où il en est autrement, il faut ou les changer, ou les faire travailler à nouveau jusqu'à ce que cette condition soit remplie. Les astronomes ont imaginé de nombreuses méthodes de contrôle des pivots d'une lunette méridienne. Nous citerons entre autres le procédé appliqué par Struve[1], au Cercle méridien d'Ertel, et qui consiste à étudier successivement chaque tourillon

[1] Struve, *Description de l'Observatoire de Poulkovo*, p. 121.

à l'aide d'un levier horizontal dont une des extrémités s'appuie sur le tourillon. Un niveau à bulle très sensible repose sur le bras du levier et en fait connaître l'inclinaison. Celle-ci est évidemment une fonction $f(r, r', r'')$ des trois rayons correspondant aux points de contact C, C', L (fig. 134) du tourillon avec les branches du V du coussinet et avec le levier. Le rayon moyen est égal à la moyenne des résultats obtenus en faisant tourner la lunette d'arcs égaux assez petits; la comparaison du rayon moyen aux valeurs individuelles permet de se rendre exactement compte de la valeur du tourillon. Cette méthode présente le grave inconvénient d'être soumise à l'aléa des indications du niveau à bulle.

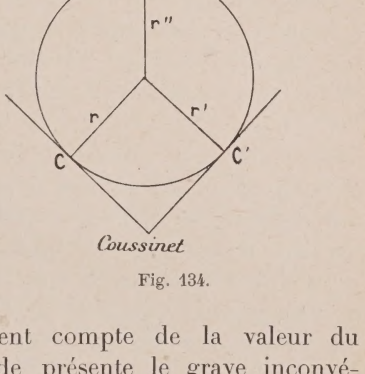


Fig. 134.

Airy[1] a imaginé une méthode reposant sur un principe différent, méthode qui a été modifiée par Yvon Villarceau[2]. L'une et l'autre consistent à étudier les tourillons à l'aide de microscopes micrométriques fixés sur les piliers; c'est en somme le procédé essayé par Taylor[3], à Madras, au commencement du XIX^{e} siècle.

[1] Airy, **1**, *Observations made at the Royal Observatory, Greenwich, in the year 1852*, Introduction, p. IV.

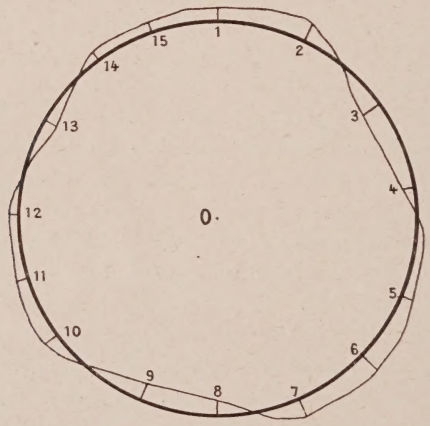
[2] Yvon Villarceau, **3**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VII, p. 320.

[3] Marth, *Monthly Notices*, t. XLIV, p. 114.

Dans le procédé Yvon Villarceau, on mesure les coordonnées de points situés aux extrémités de l'axe de rotation. Voici le dispositif adopté par le savant observateur pour l'étude des tourillons de la Lunette méridienne de Gambey. Les extrémités des tourillons ont été creusées sur une profondeur de $0^{mm},33$, de manière à former une cavité cylindrique d'environ 3 centimètres de diamètre. Dans cette cavité, on a ajusté à simple frottement un disque en laiton, au centre duquel est implanté un petit tube de verre présentant une saillie d'un peu moins de 1 centimètre. Vers le centre du tube, la matière du verre présente un vide qui, vu au microscope, a l'aspect d'une tache circulaire ou d'un point ayant un diamètre extrêmement faible. Le système du disque et du tube a été consolidé sur le tourillon de manière à faire corps avec lui. D'autre part, on a fixé, sur les massifs mêmes qui servent de base aux coussinets fixes, deux supports formant la monture des deux microscopes à l'aide desquels on observe le déplacement des points. Les axes optiques de ces microscopes sont parallèles à la ligne Est-Ouest, et dans leur plan focal sont deux fils rectangulaires, portés l'un et l'autre sur un châssis spécial. Des vis micrométriques permettent de déplacer ces fils. Des peignes, comme dans les microscopes de lecture du cercle, servent à lire les nombres entiers de tours de vis, tandis que les tambours des têtes de vis permettent d'apprécier les millièmes de tour. Y. Villarceau avait adopté pour ces microscopes un grossissement de cent fois environ. La perpendicularité des deux fils ayant été obtenue par construction avec toute la précision voulue, on a réglé la verticalité d'un des fils par coïncidence avec un fil à plomb formé d'un

fil d'araignée et d'une petite boule de cire, ce fil à plomb étant établi dans le plan vertical correspondant au point à viser. La lunette étant placée dans une certaine position et l étant alors la lecture de l'index, on pointe les deux fils de chaque microscope (Est et Ouest) sur le petit repère du tourillon, de manière à obtenir les deux coordonnées x et y de ce point. On fait ensuite effectuer à la lunette une révolution complète par déplacements successifs de 5° en 5°, par exemple, en amenant l'index aux divisions $l+5°$, $l+10°$, etc., $l+360°$, et en lisant chaque fois les tambours après avoir pointé le repère avec les fils mobiles. On doit s'assurer préalablement que les valeurs de x et y, relatives à une même hauteur, redeviennent les mêmes après avoir fait tourner la lunette d'un ou plusieurs tours et l'avoir ramenée à cette hauteur dans un sens ou dans le sens opposé. On obtient ainsi la preuve de la stabilité de la lunette sur ses coussinets. En outre, dans chaque série commencée à la lecture l, après avoir effectué un certain nombre de déterminations, il est bon de revenir à la lecture origine l et de s'assurer que l'x et l'y n'ont pas changé; on est ainsi certain de la stabilité du système. Ce contrôle pourra se faire pour chaque quadrant, par exemple. Si les coordonnées de contrôle présentent une marche régulière, on peut encore, par de petites corrections, ramener les lectures à la simultanéité. De l'ensemble des valeurs de x et y, il sera facile de former le tableau des variations du diamètre des tourillons ou la courbe figurative des inégalités qu'ils présentent, comme dans la figure 135, en amplifiant considérablement, 5000 fois par exemple, les déformations.

Dans la méthode d'Airy, les deux tourillons sont perforés; dans l'un d'eux, on fixe une rondelle métallique percée d'un petit trou qu'on éclaire extérieurement; dans l'autre tourillon, on fixe un objectif à une distance du trou égale à la distance focale. Cet



Tourillon idéal en trait fort.
Tourillon réel en trait fin.
Déformation grossie 5000 fois.

Fig. 135.

ensemble forme un collimateur qui participe au mouvement de rotation de la lunette. On le vise avec un télescope orienté suivant l'axe du collimateur. A l'Observatoire d'Uccle[1], où ce dispositif est adapté au Cercle méridien de Repsold, on vise l'image d'un

[1] Philippot, *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique pour 1907*, page 304.

disque lumineux de faible diamètre, obtenu en éclairant un petit anneau obscur, tracé sur verre à l'aide d'un procédé photographique. L'image du cercle a environ 40″ de diamètre; on la pointe en amenant le fil du micromètre soit à la couper diamétralement, soit à être tangent à l'un de ses bords. La méthode d'Airy ne permet pas de discuter la forme des tourillons d'une façon indépendante, elle donne le déplacement subi par l'axe de rotation quand on fait tourner la lunette. Cette méthode est aussi celle qui a été suivie pour l'étude du Cercle méridien de Repsold à Strasbourg[1].

Nous citerons, comme se rapportant au même ordre d'idées, la méthode de M. Hamy[2] pour la détermination des variations de l'axe de rotation, dans le cas de deux tourillons creux : sur l'un des piliers, un collimateur dirigé suivant l'axe de rotation; dans le tourillon correspondant, une lentille de longueur focale égale à la longueur de l'axe; à l'autre tourillon, un micromètre.

Les résultats obtenus permettent de tenir compte des mouvements de l'axe dans la réduction des ascensions droites.

M. Devaux[3] a fait, il y a une vingtaine d'années, une étude de la forme des tourillons de la Lunette méridienne de MM. Pistor et Martins, en service à l'Observatoire de Santiago (Chili). Les conclusions de ce travail sont extrêmement intéressantes. Il semble, en effet, que les deux tourillons ont les mêmes inégalités, les mêmes déformations. Pour expliquer ce fait assez

[1] Wanach, *Annales de l'Observatoire de Strasbourg*, vol. II, p. B-1.

[2] Hamy, 1, *Bull. astr.*, t. VI, p. 377.

[3] Devaux, *Bull. astr.*, t. V, p. 523.

curieux, M. Devaux suppose que ces tourillons ayant vraisemblablement été tirés du même cylindre d'acier, certaines génératrices plus tendres ont été entaillées plus facilement que d'autres sous l'action du tour, et que les mêmes irrégularités se sont ainsi reproduites.

Lœwy et M. Périgaud[1] ont employé, pour l'étude des tourillons du Grand Instrument méridien de l'Observatoire de Paris, un appareil imaginé par Lœwy. La partie la plus importante de l'appareil se compose d'une pièce de verre taillée sur quatre faces, dans deux directions perpendiculaires l'une à l'autre, et que l'on introduit dans le cube central de la lunette. Une section obtenue par un plan passant par l'axe optique et la ligne Est-Ouest est représentée fig. 136. La partie concave MM′ est argentée sur toute la surface, sauf en deux places circulaires S′ et σ′. L'appareil étant bien installé au milieu du tube de la lunette, le miroir MM′ a son axe parallèle à l'axe optique de la lunette.

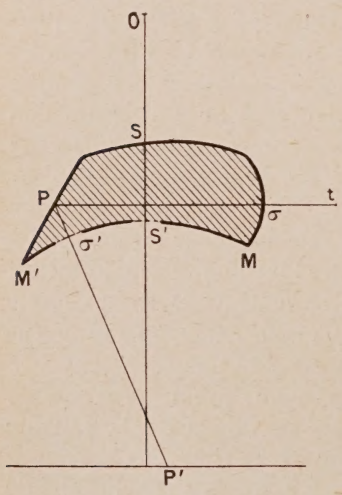


Fig. 136.

La surface convexe S forme avec la partie non

[1] Lœwy, **5**, et Périgaud, **1**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. XVI, p. C-3 et C-78.

argentée S′ une lentille concave-convexe SS′ dont le diamètre peut, suivant les lunettes utilisées, varier de 8 à 15 millimètres, et l'épaisseur de 15 à 25 millimètres. Le rayon de courbure de la surface concave tournée vers l'oculaire est égale à sa distance de ce verre, soit à la demi-longueur de la distance focale de l'objectif, de telle sorte que l'image d'un point du réticule réfléchie par cette première surface MM′ viendra se former à côté de ce point lui-même.

Sur les deux parties latérales de la pièce de verre et dans le sens Est-Ouest, par conséquent suivant l'axe des tourillons de l'instrument, se trouvent taillés d'un côté une surface sphérique convexe σ et de l'autre un petit plan P incliné d'environ 45°. Ces deux surfaces reçoivent des rayons lumineux émanant d'une plaque divisée placée dans le tourillon percé suivant l'axe de rotation. Le plan P n'a d'autre objet que de redresser les rayons qui ont traversé la surface σ et de les renvoyer sur la petite surface non argentée σ'. La courbure de σ est calculée de manière à former avec MS′σ′M′ une lentille qui amène également, sur le réticule même, l'image d'un point du tourillon.

Si le plan P était exactement incliné à 45°, il renverrait les rayons parallèlement à l'axe optique de la lunette, et l'image se produirait trop loin du centre du champ. Il faut en conséquence, pour amener l'image vers le milieu du champ, donner à ce plan une inclinaison un peu différente de 45°.

Pendant la rotation de la lunette, l'image d'un point du tourillon se déplacera également sur le réticule en vertu de la flexion du réticule, des mouvements propres de l'appareil et de la flexion de l'axe de rotation.

En résumé, par réfraction à travers σP et réflexion en P, l'appareil doit donner à l'oculaire l'image d'une des divisions de la plaque insérée dans le tourillon, par réflexion sur MM′ l'image des fils du réticule lui-même, et par réfraction à travers SS′ celle d'une division tracée sur l'objectif. Nous n'avons à considérer pour le moment que l'image de la plaque du tourillon; nous verrons plus loin le rôle des autres parties de l'appareil.

La confection de la lentille présente quelques difficultés. Les frères Henry ont prouvé que si l'exécution de ce petit disque de 3 à 8 centimètres est délicate, elle est cependant réalisable, et ils ont résolu la question de la construction de cet appareil optique de façon à satisfaire à toutes les exigences du problème. Le réglage de l'appareil se fait au moyen de vis installées sur le cadre qui porte la lentille, il exige quelques précautions et quelques tâtonnements dont le détail ne saurait être donné ici.

Pour étudier la forme d'un tourillon creux, on compare dans les différentes directions de la lunette les positions relatives, dans le réticule, des images d'une plaque divisée placée dans le tourillon et d'un second point fixe placé sur le pilier de l'instrument. La plaque est en verre recouvert d'une couche de vernis sur laquelle on a tracé des traits horizontaux et verticaux; elle est introduite à frottement dans la partie évidée et orientée de manière à obtenir le parallélisme des fils du réticule et des traits tracés sur le vernis. Pour obtenir l'image du point fixe, on place, en avant de la plaque du tourillon et dans le sens de l'axe instrumental, une tige portant un petit disque métallique percé d'un trou

très fin, et, au moyen d'une lentille interposée, on projette sur la plaque même l'image du disque obscur, au centre duquel se détache le trou lumineux. L'éclairage du disque doit s'obtenir à l'aide d'une source de lumière assez éloignée pour éviter tout échauffement.

On fait choix d'un point bien défini P de la plaque du tourillon, puis on mesure de 10° en 10° par exemple, de l'horizon Sud à l'horizon Nord, au moyen des deux vis d'ascension droite et de déclinaison, les intervalles entre le point P et le point brillant F du disque. Rapportant toutes les mesures au point P origine, on connaît pour chaque direction de la lunette les deux coordonnées du point F relatives à deux axes rectangulaires passant par P et parallèles aux deux directions des vis du réticule. L'ensemble des points ainsi obtenus donne la courbe apparente décrite par le point F, et l'étude de cette courbe conduit à celle de la forme du tourillon. Si c'est un cercle, le tourillon est circulaire.

Cette méthode ne peut s'appliquer qu'au cas où le tourillon est perforé. On peut se demander si même dans ce cas il y a avantage à projeter les points choisis sur le plan du réticule plutôt que dans le plan focal d'un microscope, disposé comme il a été dit dans les méthodes précédentes. Aussi la méthode de Lœwy a-t-elle été l'objet de vives critiques, nous citerons en particulier celles de Marth[1]. Il faut noter cependant que les conclusions obtenues par Lœwy, relativement au tourillon creux du Grand Instrument méridien, ont été confirmées par les expériences exécutées avec un comparateur à niveau très sensible, ce qui semblerait

[1] Marth, *Monthly Notices*, vol. XLIV, p. 114.

indiquer que les deux méthodes peuvent donner de bons résultats.

Nous citerons encore le procédé employé par M. Gill[1] à l'Observatoire du Cap.

Les méthodes que nous venons d'exposer exigent un travail long et pénible, et le plus souvent les corrections obtenues sont insignifiantes; c'est ainsi que Lœwy a trouvé que les inégalités du tourillon creux du Grand Instrument méridien n'atteignent pas $\frac{1}{500}$ de millimètre. M. Hamy[2] a imaginé un procédé de contrôle qui permet de se rendre compte, en quelques instants, de l'état des tourillons. Ce résultat s'obtient au moyen de la méthode interférentielle de Fizeau pour mesurer les très petits déplacements d'un plan.

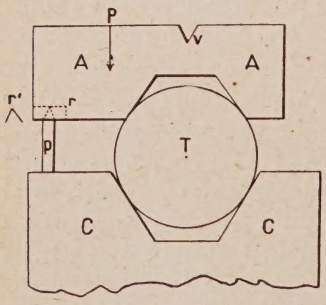


Fig. 137.

L'appareil a la disposition suivante :

Un bloc métallique AA (fig. 137), ayant la forme d'un coussinet renversé, est placé à cheval sur le tourillon T et s'appuie, d'autre part, sur une pointe p fixée dans le coussinet C de la lunette. Cette pointe s'engage au fond d'une rainure horizontale r, profilée en r', creusée dans le bloc

[1] Gill, 3, *Monthly Notices*, vol. LIX, p. 125.

[2] Hamy, 7, *Bull. astr.*, t. XII, p. 49; voir aussi *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXVII, p. 659.

parallèlement au méridien. Un poids de quelques kilogrammes, placé en P, exerce une pression suffisante pour maintenir la pièce A en contact avec le tourillon T et la pointe *p*. Les déplacements de cette pièce, autour du tourillon et dans le sens de ses génératrices, sont ainsi totalement évités.

Dans une rainure *v* creusée dans le bloc A, au-dessus du centre du tourillon, repose l'extrémité ϖ (fig. 138) d'un levier L mobile autour d'un axe hori-

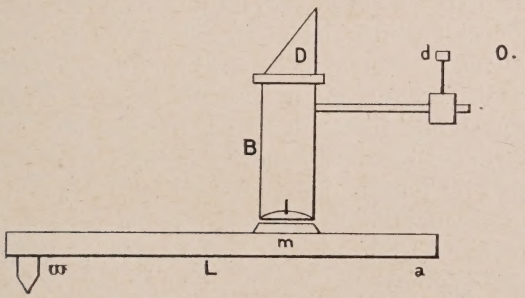


Fig. 138.

zontal *a* établi sur le pilier de la lunette. Ce levier supporte un petit miroir plan horizontal *m*, en verre noir, fixé à une distance de l'axe *a* déterminée comme on le verra plus loin. Au-dessus et très près de ce miroir, se trouve la face plane de la lentille *l*, d'un collimateur coudé B, qui repose par trois vis calantes sur le pilier de la lunette. Au foyer de la lentille *l* on dispose un prisme à réflexion totale *d*, de quelques millimètres de côté, que l'on éclaire latéralement en y condensant la lumière d'une source monochromatique. En réglant ce prisme de telle sorte que la lumière pénètre dans le

collimateur, des franges d'interférences se produisent dans la lame mince comprise entre le miroir *m* et la lentille *l*, dès que leurs faces planes sont amenées au parallélisme. Ces franges s'observent en mettant l'œil en O, près du prisme *d*, et regardant la lentille *l* à travers le prisme D.

Les choses étant ainsi disposées, si l'on fait tourner la lunette, le bloc A reste immobile ou subit de légers mouvements ascendants et descendants, en oscillant autour de la pointe *p*, suivant que le tourillon T est ou non parfaitement de révolution. Dans la première hypothèse, les franges ne bougent pas; dans la seconde, elles se déplacent d'un ou plusieurs rangs. Pour apprécier, à simple vue, l'ordre de grandeur des erreurs causées, dans les observations méridiennes, par les irrégularités du tourillon, il convient de fixer le miroir *m* à une distance de l'axe *a* calculée de façon que les franges se déplacent d'un rang, lorsque l'inclinaison de la lunette éprouve une perturbation égale à $0^s,01$, par le fait d'une de ces irrégularités.

Le mode d'observation consiste à compter le nombre de franges qui passent à un repère fixe, gravé sur la face plane de la lentille *l*, lorsqu'on fait tourner la lunette. Ce nombre exprime, en centièmes de seconde de temps, l'ordre de l'erreur à craindre dans les observations de passage.

L'expérience ne durant que quelques instants, le déplacement des franges qui peut provenir des variations de température dans les différentes pièces de l'appareil est négligeable.

Les franges apparaissent lorsque la face plane de la lentille *l* est parallèle au miroir *m*. On réalise ce parallé-

lisme en agissant sur les vis calantes du collimateur B, jusqu'à ce que les deux images du prisme *d*, réfléchies par le miroir *m* et la face plane de la lentille *l*, coïncident. Ces images s'observent aisément au moyen d'une loupe placée en O (fig. 138). Si les franges n'ont pas le degré de netteté voulu, il suffira, pour l'obtenir, de rapprocher la lentille *l* du miroir *m*. Il faut que la rainure *v* (fig. 137) et l'axe du tourillon soient à peu près dans un même plan vertical, sans quoi les franges ne reviennent pas à leur point de départ quand, après avoir fait tourner la lunette dans un sens, on la fait mouvoir en sens opposé. Effectivement, la pièce A, à cause de son adhérence avec le tourillon, exerce des pressions différentes sur la pointe *p*, suivant que la lunette tourne dans un sens ou dans l'autre. L'effet de l'élasticité au point de contact n'est donc pas le même dans les deux cas; aussi la pièce A effectue-t-elle une petite rotation, autour de l'axe du tourillon, lorsqu'on renverse le sens du mouvement de la lunette. Pour que cette rotation n'influe pas sur la position des franges, il faut que le déplacement de la rainure *v* soit horizontal; c'est ce qui a lieu lorsque cette rainure occupe la position indiquée plus haut.

M. Hamy a appliqué cette belle méthode d'abord à l'étude des tourillons de la Lunette de Gambey à l'Observatoire de Paris, et il a pu constater sur la surface des tourillons des irrégularités qui ne sont pas négligeables; puis ensuite à l'examen des tourillons d'un instrument méridien destiné au Brésil et construit par M. P. Gautier. Les irrégularités de ces derniers ne dépassent pas un μ (un micron ou millième de millimètre), et les perturbations introduites dans la direc-

tion de l'axe de rotation sont inférieures à $0^s,01$.

L'étude des tourillons du Cercle méridien de l'Observatoire Radcliffe a été faite par M. Rambaut[1] d'après la méthode de M. Hamy quelque peu modifiée. Le levier, au lieu de s'appuyer sur la face du tourillon, prend son appui sur des tiges d'acier trempé implantées dans le prolongement du tourillon. On doit alors tenir compte des irrégularités de ces tiges et de leur défaut de parallélisme.

Il est de la plus haute importance, au point de vue de la précision qu'on demande actuellement aux observations méridiennes, que la forme des tourillons de l'axe de rotation soit absolument parfaite. Les progrès faits dans l'art de la construction mécanique permettent qu'on exige des artistes la réalisation entière de cette condition et, grâce à la méthode de M. Hamy, on s'assurera facilement et rapidement de la valeur des pivots de l'instrument. Les méthodes d'étude des tourillons ne présentent donc plus, en quelque sorte, qu'un intérêt historique, et l'on devrait modifier tous les instruments où la moindre inégalité aurait été constatée. La Lunette de Gambey à Paris n'est plus employée que comme instrument d'étude. Les tourillons du Grand méridien, du Cercle méridien du jardin ne présentent pas d'inégalités sensibles. L'étude des tourillons de l'Instrument du Cap, faite en 1872, a montré qu'il n'existait pas d'irrégularités. M. Holden[2] a trouvé, pour la valeur de l'inégalité des tourillons du Cercle de l'Observatoire Washburn, le nombre 0,000016 inch

[1] Rambaut, *Monthly Notices*, vol. LXV, p. 56.
[2] Holden, 1, *Astr. Nach.*, vol. CVII, col. 7.

(pouce), moins de un demi-micron, ce qui est pratiquement parfait. Nous ne multiplierons pas ces exemples. La conclusion que nous avons donnée s'impose d'une façon absolue. Il est utile de remarquer que l'usure des tourillons est en général très faible, grâce au système de galets et de contre-poids qui soutiennent l'axe horizontal. L'étude faite, en 1879, par Lœwy et M. Périgaud, des tourillons du Grand Instrument méridien a prouvé que ces tourillons, en usage depuis plus de quinze ans (l'instrument avait fait un service ininterrompu depuis avril 1863), ne présentent dans leur forme aucune altération. Quoique ces tourillons aient été soumis a de très grandes variations de température et d'humidité, les irrégularités sont restées du même ordre que celles trouvées par Le Verrier[1] avec un appareil à niveau très sensible, $\frac{1}{600}$ de millimètre environ, au maximum, quantité négligeable eu égard à la longueur, $1^{m},50$ (entre les coussinets), de l'axe de rotation. Il n'est donc pas nécessaire de faire une étude fréquente des tourillons.

Parmi les études théoriques les plus récentes sur les erreurs dues à la forme des tourillons, nous citerons celle de M. Updegraff[2] relativement à la forme elliptique des pivots, étude basée sur une formule de Bessel.

[1] Le Verrier, 6, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations), t. XIX, p. 47.

[2] Updegraff, 1, *Astr. Nach.*, vol. CLV, col. 241.

CHAPITRE II

ERREURS EN DÉCLINAISON DÉPENDANT DE LA CONSTRUCTION DE L'INSTRUMENT

136. **Erreurs de division du cercle de lecture.** — Le tracé de la graduation d'un cercle s'obtient à l'aide d'une machine à diviser. Quel que soit le soin apporté à la construction de cette machine, il est impossible que l'on obtienne une division rigoureusement parfaite du cercle. Les erreurs peuvent être soit régulières, soit accidentelles. Les premières ont pour cause, en grande partie du moins, les irrégularités de la vis qui a servi à la division de la plate-forme de la machine à diviser; elles se reproduisent à intervalles réguliers suivant une loi déterminée : ce sont des erreurs périodiques fonctions de la lecture effectuée avec les microscopes micrométriques. En les représentant par des ordonnées très amplifiées MN, M'N',... prises sur la direction des rayons correspondant à chaque trait, on aura une représentation graphique de ces erreurs, pour tout le cercle, en joignant leurs extrémités (fig. 139) par une ligne continue. Les erreurs accidentelles, au contraire, ne sont soumises à aucune loi apparente; elles sont

indépendantes l'une de l'autre et peuvent se présenter, à probabilité égale, avec le signe + ou avec le signe —. Elles ont leur origine dans les erreurs de pointé et de tracé, les variations de température. Le cercle de lecture est fixé sur l'un des tourillons, de manière à avoir

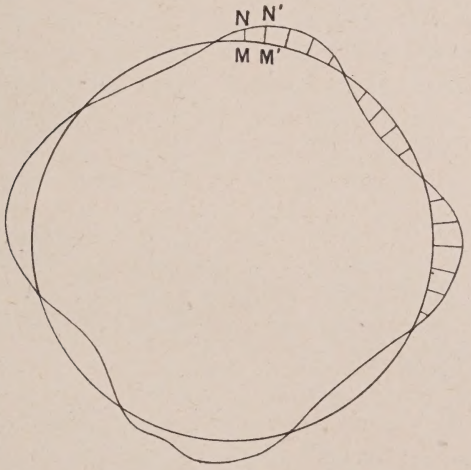


Fig. 139.

le même centre que celui-ci; les effets produits par la non-coïncidence des deux centres (excentricité du cercle), par l'irrégularité des tourillons et aussi par la déformation du cercle (flexion du cercle) sous l'influence de la pesanteur, s'ajoutent évidemment aux irrégularités périodiques provenant du procédé de graduation. Nous montrerons plus loin que ces effets sont très atténués par l'emploi d'un assez grand nombre de microscopes disposés symétriquement. L'erreur périodique propre-

ment dite se trouve elle-même très diminuée par ce dispositif. Il est évident, en effet, qu'il n'y a pas en général de corrélation entre les erreurs systématiques de la vis qui a servi à la construction de la machine à diviser et la disposition des microscopes à 90° ou à 60° les uns des autres. L'erreur périodique peut donc être considérée presque comme une erreur accidentelle, et comme telle atténuée par la multiplicité des lectures. Quelle que soit d'ailleurs l'origine des erreurs périodiques, la valeur générale de la correction δl peut s'écrire :

$$\delta l = \sum_{i=0}^{i=\infty} a_i \cos il + \sum_{i=0}^{i=\infty} b_i \sin il,$$

i désignant un nombre entier positif et l la lecture faite à l'un des microscopes. Supposons pour fixer les idées que les lectures aient été faites à six microscopes équidistants. Il est évident que la valeur de δl doit satisfaire à la condition

$$\delta l = \delta (l + k.\ 60^\circ),$$

k étant un nombre entier quelconque, puisqu'en faisant varier la lecture l d'un nombre entier de fois 60°, on retombe exactement sur les traits correspondant à la lecture l, et qui sont seulement placés dans d'autres microscopes ; on doit donc avoir :

$$\cos il = \cos (il + ik.\ 60^\circ),$$
$$\sin il = \sin (il + ik.\ 60^\circ),$$

ou, en développant les sinus et cosinus des sommes :

$$\cos il = \cos il \cos ik.\ 60^\circ - \sin il \sin ik.\ 60^\circ,$$
$$\sin il = \sin il \cos ik.\ 60^\circ + \cos il \sin ik.\ 60^\circ,$$

d'où

$$ik.\ 60^\circ = n.\ 360^\circ \quad \text{ou} \quad ik = 6n,$$

n étant un nombre entier quelconque. Les seules valeurs de i qu'on doive employer sont celles qui satisfont à cette relation quel que soit l'entier k.

Or i doit être un nombre entier, n doit être pris égal à un multiple de k : en désignant par i' le rapport $\frac{n}{k}$, il s'ensuit $i = 6i'$. Remplaçons i par $6i'$ dans l'expression de $\mathfrak{z}l$, et supprimons l'accent devenu inutile; nous aurons :

$$\mathfrak{z}l = \Sigma\, a_{6i} \cos 6il + \Sigma\, b_{6i} \sin 6il,$$

i désignant un nombre entier quelconque positif, y compris zéro. Ainsi, dans la moyenne des lectures faites à six microscopes, tous les termes de la série périodique disparaissent, sauf ceux dont l'indice est un multiple de 6. La démonstration si simple de ce théorème est d'Yvon Villarceau[1]. Quant aux erreurs non périodiques, il y a aussi avantage à augmenter le nombre des microscopes, car si ε est l'erreur accidentelle probable d'une division, l'erreur accidentelle probable de la moyenne de m microscopes sera : $\frac{\varepsilon}{\sqrt{m}}$; mais au point de vue pratique il y aurait inconvénient à avoir trop de lectures à effectuer : aussi on n'emploie jamais plus de six microscopes. Dans l'étude des erreurs de division du Cercle de Gambey, M. Périgaud[2] a constaté que les corrections pour deux microscopes varient entre $-1''$ et $+1''$, mais que sur 720 corrections à 6 microscopes, 606 sont inférieures à $0'',2$.

[1] Yvon Villarceau, **4**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 231.

[2] Périgaud, **2**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CIII, p. 591.

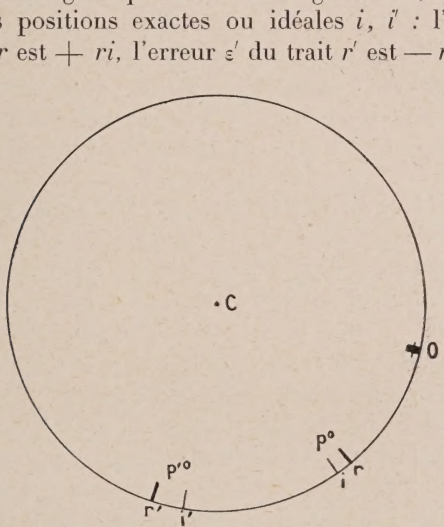
Le fait de lire 6 microscopes élimine donc en grande partie les erreurs accidentelles; aussi quelques astronomes admettent-ils que dans ce cas il ne subsiste plus que les erreurs périodiques. On peut alors, pour étudier le cercle, se borner à la détermination des erreurs d'un certain nombre de traits principaux également espacés et suffisamment rapprochés; l'interpolation donnera les corrections des autres divisions. C'est ainsi qu'on a étudié le Cercle méridien de l'Observatoire de l'Université de Glasgow[1], en déterminant les erreurs des traits de 5° en 5° et en interpolant pour avoir les erreurs de 1° en 1°.

Ce qu'il importe réellement à l'observateur de connaître, ce sont les erreurs des traits, qu'elles proviennent d'une cause régulière ou accidentelle, et ce qui fait la valeur d'une graduation, c'est l'étude qu'en fait l'astronome. Dans ce qui suit, nous ne ferons plus de distinction entre les erreurs périodiques et les erreurs accidentelles, et nous chercherons à obtenir la valeur totale de l'erreur. La lecture d'un cercle se faisant toujours par couples (1, 2 ou 3) de microscopes diamétralement opposés, nous ne nous occuperons pas de la détermination des erreurs des traits isolés, mais de la détermination de la demi-somme des erreurs de deux traits diamétralement opposés ou erreur moyenne de ces deux divisions.

137. **Corrections de division.** — Soient o le zéro ou l'origine de la graduation, r et r' des divisions tracées réellement sur le cercle et chiffrées p^0 et p'^0, i et i' les positions de ces divisions si le cercle était gradué

[1] Grant, *Catalogue of 6415 stars* (Introduction), p. xiv.

sans erreurs. Les erreurs de ces divisions sont les quantités ε, ε', affectées du signe $+$ ou du signe $-$, qu'il faut ajouter algébriquement aux longueurs *or*, *or'*, pour avoir les positions exactes ou idéales *i*, *i'* : l'erreur ε du trait *r* est $+ ri$, l'erreur ε' du trait *r'* est $- r'i'$. Mais



— *Trait réel*
— *Trait idéal*
Origine des divisions

Fig. 140.

si on met en coïncidence les fils des microscopes sur *r* et *r'*, on a lu p° et p'°, alors que c'est en *i* et en *i'* que se trouvent réellement les traits correspondant à p° et p'°, les arcs *oi* et *oi'* étant de p° et p'° et non les arcs *or* et *or'* Il faudra donc remplacer dans la lecture p° et p'° respectivement par $p^\circ - \varepsilon$ et $p'^\circ + \varepsilon'$, c'est-à-dire ajouter à la lecture indiquée par la chiffraison l'erreur des traits

prise en sens contraire, correction qu'on appelle la *correction de division*.

Il est essentiel de ne pas confondre les erreurs de division avec les corrections correspondantes, confusion de signes qui affecte les déclinaisons d'erreurs égales au double des erreurs de division. M. Backlund[1] a eu à signaler une erreur de ce genre dans un travail de grande importance qu'on a dû reviser en entier.

138. **Détermination des erreurs de traits.** — La méthode que nous nous proposons d'exposer dans ce paragraphe est celle qui a été employée par MM. Wolf, Barbier et Stéphan[2] pour l'étude du cercle du Grand Instrument méridien (Observatoire de Paris), par M. Périgaud[3] pour l'étude d'un nouveau cercle du Grand méridien (remplacement de celui étudié par MM. Wolf, Barbier et Stéphan), des deux cercles de l'Instrument du jardin (actuellement remplacés par deux nouveaux cercles à divisions sur bande de platine iridié), et du Cercle mural de Gambey. Cette même méthode a été appliquée sans aucune modification par MM. Saint-Blancat et Besson à l'étude du Cercle méridien de Gautier, Observatoire de Toulouse[4], 1891. Dans son Mémoire sur la détermination des erreurs de division d'un cercle, M. Périgaud a exposé, avec tous les détails théoriques et pratiques, la méthode succinctement

[1] Backlund, *Mélanges mathém. et astr.*, t. VI, 1887, p. 601.

[2] Wolf, **5**, Barbier, **1**, et Stéphan, **1**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations), t. XIX, p. 58.

[3] Périgaud, **5**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. XIX, pagination A.

[4] Baillaud, **1**, *Annales de l'Observatoire de Toulouse*, vol. IV, p. XXI.

indiquée dans le tome XIX des *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations). Nous lui empruntons l'exposé de la partie théorique, renvoyant le lecteur au Mémoire original pour la partie pratique, disposition de l'opération et calculs. La détermination des erreurs de division est une des opérations les plus pénibles d'un service méridien. En publiant dans tous leurs détails les procédés dont il s'est servi pour l'étude des cercles de l'Observatoire de Paris, M. Périgaud a rendu un sérieux service aux astronomes qui veulent entreprendre une recherche analogue, et nous pensons que pour s'éviter des tâtonnements ennuyeux et pénibles, on ne saurait mieux faire que de suivre pas à pas le Mémoire de ce savant astronome.

Soit, d'une manière générale, un arc quelconque divisé en n parties égales à l et admettons que nous connaissions les erreurs des extrémités ; nous nous proposons de déterminer les erreurs des traits intermédiaires. Pour cela, il suffit d'installer en face de cet arc deux microscopes distants environ de l et de faire défiler devant eux les divisions successives.

Désignons les deux microscopes (fig. 141) par M_1 et M_2, le microscope M_2 étant placé après le microscope M_1 dans le sens croissant des divisions. Amenons sous M_1 la division k par exemple ; nous aurons sous l'autre la division $k+l$. Soit $AD = l + \varphi$ la distance des deux microscopes, c'est-à-dire la distance des deux points de l'arc qui se trouvent sous les fils des microscopes lorsque les tambours sont au zéro. Désignons, comme nous l'avons fait dans le paragraphe précédent, par l'indice r les divisions réelles, et par l'indice i les divisions idéales ou sans erreur. Soient $AG = l$ la n^e partie

de l'arc total considéré, $ED = \delta$ la distance de la division idéale $(k + l)_i$ à M_2; on aura alors :

$$DG = \varphi \quad \text{et} \quad EG = \delta - \varphi;$$

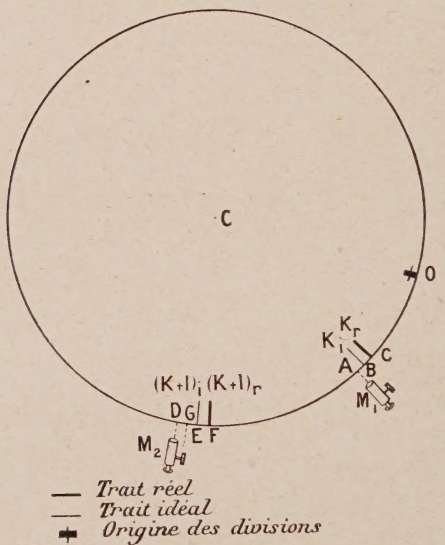


Fig. 141.

on a, de plus :

$$AG = BE = l$$

(n^e^ partie de l'arc ou distance des deux traits idéaux consécutifs); d'où

$$AB = EG = \delta - \varphi.$$

Maintenant, avec le microscope M_1, pointons la division réelle k_r; il faudra passer de A (tambour à o) à C et

par conséquent marcher de $AB + BC$ ou

$$AB + BC = \delta - \varphi + \varepsilon_1,$$

ε_1 étant l'erreur (et non la correction) du trait k_r.

Soit l_1 cette lecture, et supposons, pour abréger, que le tour de la vis des microscopes soit exactement de 1′ ; on aura :

$$l_1 = \delta - \varphi + \varepsilon_1,$$

et, pointant avec M_2 la division réelle $(k + l)_r$, nous aurons, ε_2 étant l'erreur du trait $(k + l)_r$ et l_2 la lecture du microscope :

$$l_2 = DF = DE + EF = \delta + \varepsilon_2.$$

Soustrayant l_1 de l_2, il vient :

$$l_2 - l_1 = \varphi + \varepsilon_2 - \varepsilon_1,$$

ou, en posant $l_2 - l_1 = l_{2,1}$:

$$l_{2,1} = \varphi + \varepsilon_2 - \varepsilon_1.$$

Agissons de la même manière en amenant successivement tous les intervalles de l'arc devant les deux microscopes et répétons pour chacun la même opération. Alors, n étant le nombre des intervalles, nous aurons $n - 1$ divisions intermédiaires, par suite $n - 1$ erreurs inconnues. Soient de plus ε_0 et ε_n les erreurs connues des extrémités de l'arc ; nous aurons les n équations suivantes :

$$\begin{aligned}
\varphi + \varepsilon_1 - \varepsilon_0 &= l_{1,0}, \\
\varphi + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 &= l_{2,1}, \\
&\cdots \\
\varphi + \varepsilon_n - \varepsilon_{n-1} &= l_{n,n-1},
\end{aligned}$$

qui permettent de déterminer les n inconnues $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots,$

ε_{n-1} et φ. Comme, suivant la remarque faite précédemment, on opère toujours avec des microscopes opposés, l_1 et l_2, etc., l_n et l_{n-1}, seront les moyennes des lectures faites à chaque couple, et $l_{2,1}, \ldots l_{n,n-1}$ les différences de ces moyennes.

Ainsi pour déterminer les erreurs de n en n, il suffira de placer deux couples de microscopes à une distance égale à n. La résolution des équations précédentes s'opère d'une manière très simple. La somme donne :

$$\Sigma l_{i,i-1} = n\varphi + \varepsilon_n - \varepsilon_0,$$

d'où

$$\varphi = \frac{\Sigma l_{i,i-1} + \varepsilon_0 - \varepsilon_n}{n},$$

et, par suite, de proche en proche,

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 + l_{1,0} - \varphi,$$
$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + l_{2,1} - \varphi,$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$\varepsilon_{n-1} = \varepsilon_{n-2} + l_{n-1,n-2} - \varphi.$$

Le succès du procédé repose sur l'invariabilité de φ ou de la distance des deux microscopes, c'est-à-dire que pendant une série d'observations on suppose que la position des axes optiques des microscopes n'éprouve pas de changement. On devra donc partager l'opération en petites fractions de courte durée afin d'assurer cette constance.

Appliquons ce procédé à la détermination des erreurs des traits d'un cercle. Supposons que nous voulions obtenir par exemple les erreurs de 60° en 60°, 60 étant un diviseur de 360. Prenons pour origine le trait mar-

qué o. Pour avoir le nombre d'opérations à faire, il faut, en installant deux microscopes à une distance de 60°, diviser 360 par 60, soit 6. En effectuant 6 opérations comme ci-dessus, on obtiendra les 5 erreurs, et, comme on lit également au couple opposé, on aura 2 fois chaque erreur ou, comme on l'adopte, 2 fois l'erreur moyenne de deux traits opposés. Au lieu de prendre alors l'erreur du trait 0° pour zéro, on prend pour o la moyenne des erreurs des traits 0° et 180°, ce qui est permis, ainsi que nous allons le montrer. Déterminons, en effet, les erreurs absolues des traits 60 et 120 en prenant comme extrémités de l'arc le trait o (erreur o) et le trait 180 (erreur η_1). On a d'après les relations précédentes :

$$\varepsilon_{60} = o + l_{60,0} - \frac{\Sigma l - \eta_1}{3} = p + \frac{\eta_1}{3},$$

$$\varepsilon_{120} = \varepsilon_{60} + l_{120,60} - \varphi = p + \frac{\eta_1}{3} + l_{120,60} - \frac{\Sigma l - \eta_1}{3}$$

$$= r + \frac{2\eta_1}{3},$$

p et r étant donnés par les lectures des microscopes. Procédons de même pour les erreurs absolues des traits 240 et 300 en prenant comme extrémités de l'arc le trait 180 (erreur η_1) et le trait 360 ou o (erreur o) ; nous aurons :

$$\varepsilon_{240} = \varepsilon_{180} + l_{240,180} - \frac{\Sigma l + \eta_1 - o}{3} = q + \frac{2\eta_1}{3},$$

$$\varepsilon_{300} = \varepsilon_{240} + l_{300,240} - \frac{\Sigma l + \eta_1 - o}{3} = s + \frac{\eta_1}{3},$$

q et s étant donnés par les lectures des microscopes. Si

nous prenons la moyenne des lectures faites aux microscopes diamétralement opposés, nous aurons pour erreur de la moyenne de deux traits :

$$\begin{array}{ccc} 0 - 180 & 60 - 240 & 120 - 300 \\ \frac{\eta}{2} & \frac{p+q}{2} + \frac{\eta}{2} & \frac{r+s}{2} + \frac{\eta}{2}. \end{array}$$

Or on peut retrancher à toutes les erreurs la même quantité $\frac{\eta}{2}$ sans altérer les résultats, puisqu'on n'a jamais que des différences de lectures; on peut donc faire $\eta = 0$.

Ayant déterminé les erreurs de 60° en 60°, on pourra prendre chacun des intervalles comme points de départ des déterminations des traits intermédiaires. Si l'on veut procéder au calcul des erreurs de 20° en 20°, il faut installer deux couples de microscopes à 20° de distance. Ces erreurs déterminées, pour avoir celles de 5° en 5°, il faudrait rapprocher les deux couples de microscopes à une distance de 5°, ce qui présente quelque difficulté et est souvent même impraticable. Voici alors comment on procède. On place deux microscopes à la distance de 25°; en réalité, on prend deux couples à 25° l'un de de l'autre. Le plus petit multiple de 360 et de 25 étant 1800, il est clair qu'en cheminant par arcs de 25°, on reviendra à l'origine après avoir parcouru $\frac{1800^\circ}{25^\circ}$ ou 72 arcs de 25°. On sera donc dans les conditions précédentes, puisqu'on revient à l'origine dont l'erreur est connue; seulement, au lieu de retrouver cette origine après avoir parcouru une seule fois la circonférence, on

l'aura parcourue $\frac{1800^\circ}{360^\circ}$ ou 5 fois. Supposons que nous partions de 0.

La première fois, on aura à considérer les arcs 25°, 50°..., 350°, soit les multiples de 25°; on repartira de l'arc 15°, pour passer aux arcs 40°, 65°..., 340°, soit les multiples de 25°, augmentés de 15°; on repartira de l'arc 5° et on aura les multiples de 25° augmentés de 5°, etc. En résumé :

1er tour	$m.\ 25^\circ$
2e tour	$m.\ 25^\circ + 15^\circ$
3e tour	$m.\ 25^\circ + 5^\circ$
4e tour	$m.\ 25^\circ + 20^\circ$
5e tour	$m.\ 25^\circ + 10^\circ$

En prenant $m.\ 25^\circ$ égal à zéro, on a, à l'ordre près, les erreurs de 5°, 10°, 15°, 20°; en faisant $m.\ 25^\circ$ égal à 25°, on aura, toujours à l'ordre près, les erreurs de 25°, 30°, 35°, 40°, 45°; en faisant $m.\ 25^\circ$ égal à 50°, on aura les erreurs des traits 50°, 55°, 60°, 65°, 70°, et ainsi de suite jusqu'à 355°.

Connaissant les erreurs de 5° en 5°, nous pourrons trouver facilement celles de degré en degré, en plaçant, par exemple, les deux couples de microscopes à 19° les uns des autres. Les nombres 360 et 19 étant premiers entre eux, on reviendra à l'origine après avoir décrit un arc égal à 19 circonférences. Après chaque intervalle égal à 19×5, on retombe sur une erreur déjà connue (95°, 190°,...), ce qui permet de diviser l'opération totale en opérations partielles rapidement effectuées. En réalité, on prend deux couples à 19° l'un de l'autre, par exemple 0° — 19°, 180° — 199°. Rappelons ici que

pour obtenir les erreurs de degré en degré, Yvon Villarceau [1] se servait d'un microscope à double objectif.

Pour obtenir rapidement les erreurs des traits de 5′, on se sert des six microscopes ordinaires. Le principe est le suivant : on évalue, à l'aide de deux microscopes opposés, les distances en tours de vis des 12 intervalles des divisions de chaque degré, et, connaissant, d'après ce qui précède, les erreurs des points extrêmes, on en conclut les erreurs des traits intermédiaires de 5′. Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de déterminer les erreurs des traits de 5′ entre les divisions n^o et $(n+1)^o$: on amènera sous l'un des microscopes la division n, ou mieux, on placera le milieu du peigne entre la division n^o et le premier trait de 5′ ; on pointera alors le trait le plus loin de la tête de vis par rapport à ce milieu, puis le trait le plus rapproché ; on fera ensuite tourner le cercle de manière à amener le second intervalle 5′ — 10′ à la place du premier ; on refera la même opération pour les intervalles 10′ — 15′, 15′ — 20′, etc. On prendra chaque fois la différence $l_{i+1} - l_i$ des pointés obtenus (bien entendu, aux deux microscopes diamétralement opposés), et l'on trouvera, en appelant $l^{i)}_{i+1,\,i}$ la différence :

Intervalles	
5′ — 0′	$5^t + l^{1)}_{2,1}$,
10′ — 5′	$5^t + l^{2)}_{3,2}$,
. . . .	. . . .
60′ — 55′	$5^t + l^{12)}_{13,12}$.

[1] Villarceau, **1**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations), t. I, p. xxxi.

Ajoutons ; il viendra :

$$ab = 5^t \times 12 + \sum_{i=1}^{i=12} l^{(i)}_{i+1,i} \qquad (i \text{ entier}),$$

expression évidemment égale à $12 \times 5' - (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n)$, car (fig. 142)

$$ab = dc - ad + bc = 1^\circ - \varepsilon_{n+1} + \varepsilon_n,$$
$$= 12 \times 5' - (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n),$$

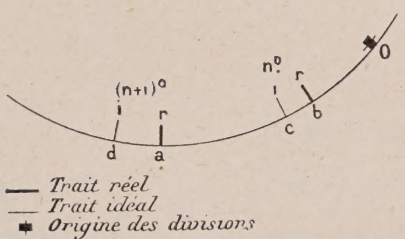


Fig. 142.

en sorte que

$$5' = 5^t + \frac{1}{12}\left(\sum_{i=1}^{i=12} l^{(i)}_{i+1,i} + \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n\right),$$

ou en appelant ψ le second terme du second membre :

$$5' = 5^t + \psi.$$

Soient b (fig. 143) la division 5′ réelle, et a la divi-

sion idéale, d et c les divisions n^o réelles et idéales; on a :

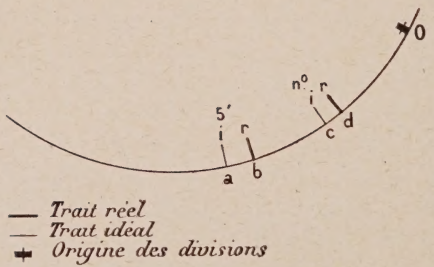
$$ab = ac + cd - bd,$$

ou bien :

$$\varepsilon_{5'} = 5' + \varepsilon_n - (5^t + l_{2,1}^{1)})$$

$$\varepsilon_{5'} = 5^t + \psi + \varepsilon_n - 5^t - l_{2,1}^{1)}$$

$$\varepsilon_{5'} = \psi - l_{2,1}^{1)} + \varepsilon_n.$$



— *Trait réel*
— *Trait idéal*
+ *Origine des divisions*

Fig. 143.

Et ainsi de suite :

$$\varepsilon_{10'} = \psi - l_{3,2}^{2)} + \varepsilon_{5'},$$

$$\varepsilon_{15'} = \psi - l_{4,3}^{3)} + \varepsilon_{10'}.$$

. . . . . .

Le problème est donc complètement résolu. Il ne faut pas oublier que dans les calculs de réduction on doit appliquer les corrections des traits, de signe contraire aux erreurs.

Le choix des traits principaux qui servent de base au calcul est évidemment arbitraire, mais il est nécessaire de prendre une partie aliquote de la circonférence. Nous avons choisi, dans l'exposé qui précède, l'arc de 60°; pour la mesure des erreurs du Cercle méridien de Glasgow dont nous avons parlé plus haut (§ 136), on a déterminé d'abord les erreurs de 90° en 90°, ensuite de 30° en 30°, puis de 15° en 15°, de 10° en 10° et finalement de 5° en 5°. Le choix des premiers traits principaux est, en général, corrélatif du nombre des microscopes : 6 microscopes, 60° en 60°; 4 microscopes, 90° en 90°.

Dans l'application de cette méthode, on peut, comme certains astronomes recommandent de le faire, placer le cercle horizontalement, dans des conditions identiques à celles où il se trouvait sur la plate-forme de la machine à diviser, et prendre les mêmes précautions que pour le graduer. L'horizontalité du cercle élimine l'effet de la pesanteur, et l'observateur se déplaçant autour du cercle, il est plus facile d'obtenir l'égalité de température dans toutes les parties d'une couche horizontale que dans celle d'une tranche verticale. Rappelons à ce propos que Bessel, passant dans les ateliers de Gambey, a vu un ouvrier occupé à agiter l'air autour d'un cercle qu'on divisait. Dans les Annales de l'Observatoire de Leyde, on trouve un résumé intéressant des précautions prises par Pistor et Martins[1] pour la graduation des cercles. Il faut ajouter cependant qu'en opérant ainsi, le cercle ne se trouve pas dans les conditions où il sera pour les observations; aussi préfère-t-on

[1] Kaiser, *Annalen der Sternwarte in Leiden*, Band I, p. CIII.

généralement faire l'étude de la division le cercle étant monté sur l'axe de rotation de l'instrument. Dans l'étude qu'il a faite du Cercle méridien d'Albany, M. L. Boss[1] fait ressortir les avantages de la méthode qu'il a adoptée et qui consiste surtout en ce que les déterminations ont été faites dans les conditions ordinaires des observations, avec les mêmes microscopes et le même éclairage.

Maintenant que nous savons déterminer les corrections de division des lectures faites à deux microscopes, il est facile d'en déduire les corrections relatives à six microscopes. Ainsi supposons que nous ayons les corrections des traits 3 — 183 (lecture $\mathfrak{L}$ à l'index), 63 — 243, 123 — 303; la moyenne donnera la correction pour les lectures aux six microscopes faites avec l'indication $\mathfrak{L}$ de l'index pour le trait 3 — 183. En effet, ayant les corrections des lectures pour les deux microscopes horizontaux répondant à une certaine lecture $\mathfrak{L}$ à l'index, si l'on voulait avoir les corrections pour un autre couple de microscopes, il suffirait de prendre la correction des microscopes horizontaux pour cette lecture augmentée de 60° ou 120°, c'est-à-dire les corrections relatives à $\mathfrak{L} + 60°$ et $\mathfrak{L} + 120°$.

Un exemple fera bien comprendre comment on doit se servir des corrections de division. Supposons qu'ayant la lecture $\mathfrak{L}$ à l'index, une cause fortuite (accident à un microscope par exemple) ait empêché de lire le couple horizontal, quelle correction devra-t-on appliquer aux lectures à 4 microscopes ? On prendra

Boss, **2** et **3**, *The Astronomical Journal*, vol. XVI, p. 189 et p. 197; vol. XVII, p. 133.

dans la Table des corrections pour les deux microscopes horizontaux les corrections $c^{(2)}_{\mathcal{L}+60}$ et $c^{(2)}_{\mathcal{L}+120}$; la correction cherchée sera :

$$\frac{1}{2}\left[c^{(2)}_{\mathcal{L}+60} + c^{(2)}_{\mathcal{L}+120}\right].$$

Si pénible que soit la détermination des erreurs de la graduation, on ne saurait, dans les observations de précision, employer un cercle non étudié. Il semble d'ailleurs qu'il n'y ait pas lieu de renouveler fréquemment cette détermination. Lamp[1], ayant étudié à nouveau le Cercle méridien de l'Observatoire de Kiel, construit en 1822 par Reichenbach et Ertel pour l'Observatoire d'Altona et transporté à Kiel en 1874, a trouvé presque exactement les mêmes nombres que Peters et Pape, trente ans auparavant. M. Lewis Boss[2], en comparant des erreurs de traits déterminées en 1879 et 1894, n'a trouvé que des changements insensibles.

Une nouvelle détermination des erreurs des traits du Cercle méridien de l'Observatoire Radcliffe à Oxford[3] a confirmé les résultats anciennement obtenus par Stone.

M. Bigourdan[4] estime qu'on aurait encore moins de variations dans les erreurs de division si l'on prenait soin que le métal de la lame ait à peu de chose près le même coefficient de dilatation que le métal du cercle; le bronze et l'argent seraient dans ce cas.

1 Lamp, *Astr. Nach.*, vol. CXXIII, col. 65.
2 Boss, 1, *The Astronomical Journal*, vol. XIV, p. 169.
3 Rambaut, *Monthly Notices*, vol. LXVI, p. 200.
4 Bigourdan, 6, *Comptes rendus de l'Acad. des Sciences* (Paris), t. CXXXIX, p. 513.

S'il n'est pas nécessaire de remesurer souvent les erreurs de traits, on doit cependant le faire de temps en temps. MM. Dyson et Thackeray [1] ont obtenu un meilleur accord entre les observations des circompolaires faites à Greenwich en employant les corrections déterminées en 1900, en place des corrections de 1851 et de 1871.

139. **Méthode d'élimination des erreurs de Bessel.** — Ce procédé consiste simplement à déplacer le zéro du cercle, systématiquement et de quantités égales, par rapport à l'axe de rotation de la lunette, de manière à lui faire parcourir un arc de 60° par exemple, c'est-à-dire le sixième de la circonférence, dans le cas où les lectures se font à six microscopes. En faisant occuper au cercle n positions équidistantes pour l'observation d'une même étoile ou d'une même série d'étoiles, on aura, en prenant la moyenne, la même précision, quant à l'élimination des erreurs de la graduation, que si l'on avait lu $6n$ microscopes. La série établie au § 136 ne commencera qu'aux termes en $\cos 6nl$ et $\sin 6nl$. Les erreurs périodiques comme les erreurs accidentelles seront très diminuées, et on arrive par ce procédé à une précision aussi grande qu'en déterminant les erreurs des traits au prix d'un labeur long et pénible.

Cette méthode a été fréquemment employée. Yvon Villarceau [2] en a fait usage dans la détermination de la latitude de Dunkerque (cercle n° I de Rigaud). A l'Ob-

[1] Dyson, **2**, et Thackeray, **3**, *Monthly Notices,* vol. LIX, p. 55.

[2] Villarceau, **5**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 226.

servatoire naval des États-Unis[1] (Grand cercle méridien de Pistor et Martins, $8\,po\,\frac{1}{2}$), on change de temps à autre la position des cercles et on fait usage de nouvelles divisions. Il résulte d'ailleurs de l'étude faite préalablement par M. Newcomb, que les cercles sont exempts d'erreurs systématiques; on peut donc compter sur une grande précision dans les résultats.

Dans l'étude qu'il a faite d'une lunette méridienne de Gambey (1829) de $0^m,10$ d'ouverture, transformée en cercle méridien en 1880, M. Pidoux[2], pour chaque série d'observations, plaçait successivement le cercle dans plusieurs positions symétriques et équidistantes sur l'axe de rotation. L'un des cercles de l'Instrument méridien de Repsold (6 *po*), à l'Observatoire Lick[3], est mobile autour de l'axe et peut se déplacer au moyen d'une roue et d'un pignon. On peut éliminer aisément les erreurs accidentelles des traits en le tournant chaque jour de quelques minutes, 7, 11, 13, etc., par exemple, de façon que les observations de la même étoile soient faites à des divisions différentes.

La méthode de Bessel n'élimine pas absolument les erreurs de division; on peut d'ailleurs, à l'aide des observations, se rendre compte de la valeur des coefficients des termes de la série qui subsistent. Cette question a été traitée théoriquement et pratiquement par Yvon Villarceau[4]; nous renvoyons le lecteur au Mémoire du savant observateur.

[1] Copeland, **2**, *Copernicus*, t. III, p. 142.
[2] Pidoux, *Mémoire sur la latitude de l'Observatoire de Genève.*
[3] Holden, **3**, *The sidereal Messenger*, vol. III, p. 301.
[4] Yvon Villarceau, **5**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 230.

140. **Diverses méthodes de détermination des erreurs de division.** — Hansen[1], pour diminuer le nombre des traits à étudier, a imaginé une disposition particulière du cercle et des microscopes, disposition qui fut appliquée au Cercle méridien d'Altona[2] dont nous avons déjà parlé au § 138. On détermine avec soin les erreurs d'un nombre restreint de divisions, on lit les subdivisions de ces intervalles sur un arc auxiliaire spécial employé comme vernier et dont les divisions doivent être étudiées avec le plus grand soin.

M. Nyrén[3] a employé, pour l'étude d'une nouvelle graduation Repsold du Cercle vertical de Poulkovo, une méthode qui lui permettait de mesurer la 45e partie de la circonférence en un jour, en travaillant seul. Cette méthode présente, en outre, l'avantage d'éviter l'accumulation des erreurs accidentelles et l'influence des erreurs systématiques dans la détermination des erreurs des traits successifs.

La méthode générale que nous avons exposée exige qu'on effectue un nombre considérable de lectures si l'on veut avoir pour les derniers traits mesurés (5′ en 5′ dans la méthode exposée) une précision suffisante, celle-ci allant en diminuant des traits fondamentaux (60° en 60° dans l'exemple adopté) aux dernières divisions. M. Bruns[4] a montré qu'il est possible d'obtenir la même précision pour toutes les divisions par un arrangement différent dans la manière d'effectuer les mesures.

[1] Hansen, *Astr. Nach.*, vol. XVII, col. 49.
[2] Peters, *Astr. Nach.*, vol. XLV, col. 65.
[3] Nyrén, *Astr. Nach.*, vol. CXIII, col. 241.
[4] Bruns, *Astr. Nach.*, vol. CXXX, col. 17.

La méthode de M. Lewis Boss[1] se rapproche d'une méthode indiquée par M. Newcomb au sujet du Cercle méridien de Washington (Observations de 1865); elle a été appliquée par M. Boss à l'étude des erreurs de division des cercles de l'Instrument méridien d'Albany. Elle n'est applicable qu'aux instruments munis de deux cercles.

Enfin tout récemment, Lœwy[2] a indiqué une méthode de détermination des erreurs des traits qui vient d'être appliquée avec succès à l'étude des nouveaux cercles de l'Instrument méridien du jardin de l'Observatoire de Paris, succès dû en grande partie à l'habileté des observateurs MM. Renan, Gonnessiat, Fayet, Lancelin, Lambert, Chatelu, et aux précautions prises pour éviter les lectures douteuses. Dans cette méthode, chaque trait est étudié de différentes manières, dans des positions diverses de la lunette. Pour cela sur le cercle porte-microscopes (pilier Ouest), on a placé deux microscopes fixes; deux autres microscopes peuvent glisser et être placés à une distance choisie des deux premiers. Grâce au dispositif réalisé par M. Gautier, le déplacement de ces deux microscopes peut s'effectuer rapidement.

L'exposé de ces nouvelles méthodes nous ferait dépasser de beaucoup l'espace dont nous disposons dans l'**E. S.**, et nous renvoyons le lecteur aux sources originales indiquées. Aucune d'ailleurs n'est encore consacrée par l'usage. Lœwy critique la méthode de M. Bruns. Il ne nous semble pas, d'après l'expérience

[1] Boss, **2**, *The Astronomical Journal*, vol. XVI, p. 189 et 197.

[2] Lœwy, **9**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXLIII, p. 529, 621, 719, 857 et 1207; *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. XXVII, pagination A.

faite au Cercle du jardin (Observatoire de Paris), que la méthode Lœwy soit plus rapide que les autres méthodes. On trouvera dans le rapport de 1907[1] (Observatoire de Paris) le détail de la façon dont l'opération a été conduite. Un fait admis par le plus grand nombre d'observateurs, c'est qu'il y a intérêt à déterminer avec précision les erreurs d'un grand nombre de traits dès le début, au lieu de se borner à quelques divisions fondamentales; c'est l'avis de M. S. Hough[2], avis motivé par l'étude que ce savant a faite du nouveau Cercle méridien de l'Observatoire du Cap.

141. **Excentricité du cercle de lecture.** — Il est bien rare, même dans les instruments méridiens les mieux construits, que le centre O (fig. 144) du cercle divisé coïncide rigoureusement avec le centre de rotation C situé sur l'axe du tourillon supposé cylindrique. Nous avons dit déjà que les lectures du cercle doivent toujours se faire à des microscopes diamétralement opposés. On élimine, en opérant ainsi, l'erreur d'excentricité. Il est facile de s'en rendre compte par un raisonnement très simple. Soient A et R deux microscopes-repères diamétralement opposés par rapport à O. Amenons le trait B du cercle divisé à coïncider avec le repère A, ou, plus exactement, amenons en coïncidence les directions CB et CA en faisant tourner le cercle de l'angle ACB. Dans cette rotation, le prolongement CD de CB est venu sur le prolongement CE de CA. Faisons l'angle SCR égal à l'angle DCE.

[1] Baillaud, *Rapport annuel sur l'état de l'Observatoire de Paris pour l'année 1907*, p. 12.

[2] Hough (S.), **1**, *Monthly Notices*, vol. LXIV, p. 461.

Il est évident que dans la rotation précédente CS vient se placer sur CR. Par rapport aux microscopes-repères A et R, nous avons déterminé les déplacements angulaires ACB et SCR, ou bien ACB et DCE, c'est-à-dire deux fois ACB ; la demi-somme des deux mesures effectuées est exactement l'angle dont on a tourné le cercle.

En réalité, nous ne mesurons pas directement les

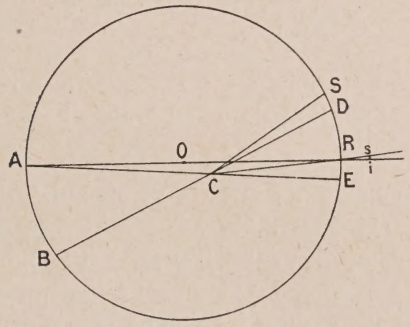


Fig. 144.

angles ACB et SCR, mais le nombre des divisions comprises entre A et B, d'une part, et S et R, d'autre part. Il résulte de la construction précédente que l'angle SCD est égal à l'angle RCE. Ces deux angles sont évidemment très petits, C étant toujours très voisin de O : nous les considérerons comme une petite quantité du premier ordre. Il est facile de voir que l'arc SR est égal à l'arc DE, à une quantité du second ordre près. Posons :

$$CS = R, \quad CR = r ;$$

la différence $R - r$ sera évidemment très petite et au moins du premier ordre : nous l'appellerons ε. Soient :

$$RE = \alpha, \quad SD = x ;$$

on a :

$$\frac{SD}{RE} = \frac{CS}{CR} \quad \text{ou} \quad \frac{x}{\alpha} = \frac{R}{r},$$

d'où

$$\frac{x - \alpha}{\alpha} = \frac{R - r}{r} \quad \text{ou} \quad \frac{\varepsilon}{r}.$$

Le second membre est une petite quantité du premier ordre ; appelons-le η ; on a alors :

$$x = \alpha + \alpha\eta ;$$

ainsi SD diffère de RE de la quantité du second ordre $\alpha\eta$. On peut donc considérer les nombres de divisions comprises entre S et R, D et E comme égaux, et l'angle à mesurer est bien égal à la demi-somme des arcs AB et SR évalués à l'aide de la graduation.

En réalité, le point S ne vient pas en R, mais en s sur CR. Ce déplacement est sans effet sensible sur la lecture, car on a :

$$si = sR \sin sRi,$$

ou à de petites quantités près :

$$si = \varepsilon \sin \alpha,$$

et comme α est très petit, l'erreur de lecture n'est donc que du second ordre.

Il est bon de remarquer que la lecture de deux microscopes diamétralement opposés corrige aussi les effets qui peuvent provenir d'un déplacement acciden-

tel de l'axe de rotation. En effet, supposons que O vienne en O′ (fig. 145); les points A et B du cercle viennent en A′ et B′, et si le premier s'éloigne de la tête de vis du microscope M_1 de Aa, le second se trouve

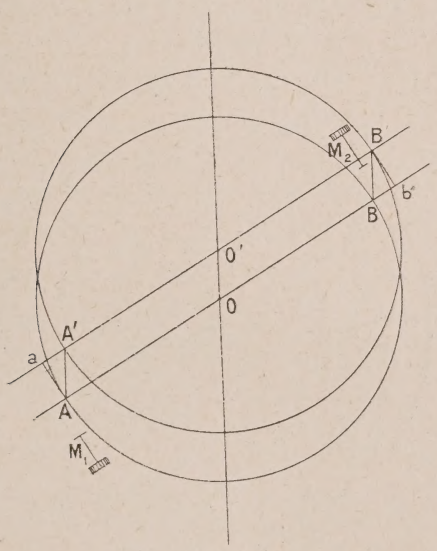


Fig. 145.

rapproché de la tête de vis du microscope M_2 d'une quantité égale $B'b$.

Il est facile de calculer la valeur de la correction qu'on doit appliquer à une lecture L pour tenir compte de l'excentricité. Soient C le centre de la graduation (fig. 146), O le centre de rotation, I l'index à partir duquel nous compterons les angles. Appelons E la lecture correspondant à la ligne des centres CO ou

l'arc IE, $\mathfrak{L}$ celle qui correspond au point considéré A du cercle ou l'arc IA (lecture à faire), $\mathfrak{L}'$ celle du point A′ (lecture faite), OA′ étant parallèle à CA, et enfin e la distance CO.

Menons A′P perpendiculaire à CO. Les triangles rectangles A′CP et A′OP donnent :

$$A'P = R \sin(\mathfrak{L}' - E), \qquad A'P = OA' \sin(\mathfrak{L} - E),$$

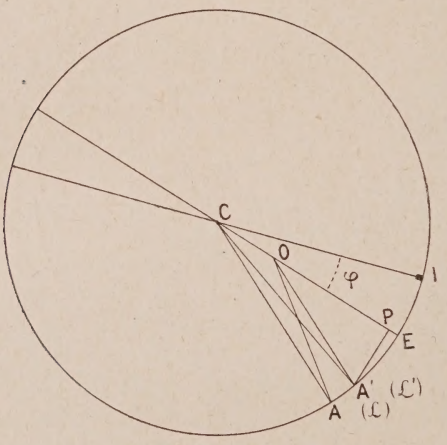


Fig. 146.

car

$$POA' = PCA.$$

Mais

$$OP = CP - CO = R \cos(\mathfrak{L}' - E) - e,$$
$$OP = OA' \cos(\mathfrak{L} - E),$$

d'où

$$\left.\begin{aligned} R \sin(\mathfrak{L}' - E) &= OA' \sin(\mathfrak{L} - E), \\ R \cos(\mathfrak{L}' - E) - e &= OA' \cos(\mathfrak{L} - E). \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Multiplions ces deux équations respectivement par $\cos(\mathfrak{L}' - E)$ et $\sin(\mathfrak{L}' - E)$; il vient :

$$R \sin(\mathfrak{L}' - E) \cos(\mathfrak{L}' - E) = OA' \sin(\mathfrak{L} - E) \cos(\mathfrak{L}' - E),$$

$$R \cos(\mathfrak{L}' - E) \sin(\mathfrak{L}' - E)$$

$$= OA' \cos(\mathfrak{L} - E) \sin(\mathfrak{L}' - E) + e \sin(\mathfrak{L}' - E),$$

et, par soustraction :

$$e \sin(\mathfrak{L}' - E) = OA' \sin(\mathfrak{L} - \mathfrak{L}'). \qquad (2)$$

Multiplions, au contraire, les équations (1) respectivement par $\sin(\mathfrak{L}' - E)$ et $\cos(\mathfrak{L}' - E)$; on a :

$$R \sin^2(\mathfrak{L}' - E) = OA' \sin(\mathfrak{L} - E) \sin(\mathfrak{L}' - E),$$

$$R \cos^2(\mathfrak{L}' - E) - e \cos(\mathfrak{L}' - E) = OA' \cos(\mathfrak{L} - E) \cos(\mathfrak{L}' - E),$$

et, par addition :

$$R - e \cos(\mathfrak{L}' - E) = OA' \cos(\mathfrak{L} - \mathfrak{L}'). \quad (3)$$

En divisant (2) par (3) membre à membre, il vient :

$$\operatorname{tang}(\mathfrak{L} - \mathfrak{L}') = \frac{\frac{e}{R} \sin(\mathfrak{L}' - E)}{1 - \frac{e}{R} \cos(\mathfrak{L}' - E)}.$$

D'une façon générale, si on a :

$$\operatorname{tang} x = \frac{m \sin \alpha}{1 - m \cos \alpha}, \qquad m < 1,$$

on peut développer x suivant les puissances de m,

$$x = m \frac{\sin \alpha}{\sin 1''} + \frac{m^2}{2} \frac{\sin 2\alpha}{\sin 1''} + \frac{m^3}{3} \frac{\sin 3\alpha}{\sin 1''} \cdots$$

Par conséquent, nous pouvons écrire, en remarquant que $n \sin 1'' = \sin n''$:

$$\mathfrak{L} - \mathfrak{L}' = \frac{e}{R}\frac{\sin(\mathfrak{L}' - E)}{\sin 1''} + \frac{e^2}{R^2}\frac{\sin 2(\mathfrak{L}' - E)}{\sin 2''} + \frac{e^3}{R^3}\frac{\sin 3(\mathfrak{L}' - E)}{\sin 3''} + \ldots,$$

série qu'on peut toujours, vu la petitesse de e par rapport à R, limiter à son premier terme ; on a alors :

$$\mathfrak{L} - \mathfrak{L}' = \frac{e}{R}\frac{\sin(\mathfrak{L}' - E)}{\sin 1''}.$$

C'est la correction à faire à la lecture $\mathfrak{L}'$ pour tenir compte de l'excentricité.

La quantité $\frac{e}{R \sin 1''}$ s'appelle l'*excentricité* suivant quelques auteurs : nous la représenterons par μ. Suivant d'autres, l'*excentricité* est la distance linéaire e des deux centres O et C. La correction γ qu'il faut ajouter à la lecture $\mathfrak{L}'$ pour avoir l'angle $\mathfrak{L}$ de rotation s'écrira :

$$\gamma = \mu \sin(\mathfrak{L}' - E),$$

E étant l'angle de la ligne des centres avec le rayon passant par l'index-origine.

Il est facile de démontrer analytiquement que la demi-somme de deux lectures faites à 180° fait disparaître l'erreur d'excentricité. Soient $\mathfrak{L}_1$, $\mathfrak{L}_2$ les angles de rotation correspondant aux lectures $\mathfrak{L}'_1$, $\mathfrak{L}'_2$; on a :

$$\mathfrak{L}_1 = \mathfrak{L}'_1 + \mu \sin(\mathfrak{L}'_1 - E),$$
$$\mathfrak{L}_2 = \mathfrak{L}'_2 + \mu \sin(\mathfrak{L}'_2 - E),$$

et

$$\frac{1}{2}(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2) = \frac{1}{2}(\mathfrak{L}'_1 + \mathfrak{L}'_2) + \frac{1}{2}\mu\left[\sin(\mathfrak{L}'_1 - E) + \sin(\mathfrak{L}'_2 - E)\right].$$

Si nous posons la condition

$$\mathfrak{L}'_2 = \mathfrak{L}'_1 + 180^\circ,$$

il vient, la somme des sinus s'annulant :

$$\frac{1}{2}(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2) = \frac{1}{2}(\mathfrak{L}'_1 + \mathfrak{L}'_2) \qquad \text{C.Q.F.D.}$$

Les lectures des cercles se faisant toujours à des microscopes opposés, on ne corrige pas les lectures de la correction d'excentricité γ. Il est intéressant cependant de connaître la valeur de μ. Voici comment on peut l'obtenir. Retranchons les valeurs de $\mathfrak{L}_1$ et $\mathfrak{L}_2$ données ci-dessus; il vient :

$$\mathfrak{L}_2 - \mathfrak{L}_1 = \mathfrak{L}'_2 - \mathfrak{L}'_1 + \mu\left[\sin(\mathfrak{L}'_2 - \mathrm{E}) - \sin(\mathfrak{L}'_1 - \mathrm{E})\right].$$

Si les deux lectures $\mathfrak{L}_1$ et $\mathfrak{L}_2$ sont faites à des microscopes distants de $180^\circ + \varepsilon$, l'angle ε étant très petit, on a :

$$\mathfrak{L}_2 - \mathfrak{L}_1 = 180^\circ + \varepsilon.$$

L'excentricité μ étant petite, nous pouvons dans le crochet remplacer $\mathfrak{L}'_2$ par $\mathfrak{L}'_1 + 180^\circ$, ce qui revient à négliger des quantités du second ordre, et la première égalité peut s'écrire :

$$180^\circ + \varepsilon = \mathfrak{L}'_2 - \mathfrak{L}'_1 - 2\mu \sin(\mathfrak{L}'_1 - \mathrm{E}),$$

ou

$$\mathfrak{L}'_2 - \mathfrak{L}'_1 = 180^\circ + \varepsilon + 2\mu \cos \mathrm{E} \sin \mathfrak{L}'_1 - 2\mu \sin \mathrm{E} \cos \mathfrak{L}'_1.$$

Posons :

$$\mathfrak{L}'_2 - \mathfrak{L}'_1 - 180^\circ = \chi, \qquad 2\mu \cos \mathrm{E} = z, \qquad 2\mu \sin \mathrm{E} = y;$$

il vient :

$$\chi = \varepsilon + z \sin \mathfrak{L}'_1 - y \cos \mathfrak{L}'_1.$$

On aura autant d'équations semblables que de lec-

tures faites en différents points de la circonférence. On résoudra ces équations par la méthode des moindres carrés. Dans la pratique, il est avantageux de partir de 0° et de cheminer par intervalles de 30°, ce qui facilite le calcul des coefficients de z et y.

En faisant ε constant, on néglige les erreurs de division absolues de chaque trait, de sorte que les équations obtenues ne sont qu'approchées. Comme on ne connaît pas les erreurs individuelles des traits, le seul moyen d'éliminer ces erreurs c'est de multiplier les déterminations en prenant différentes valeurs de Ω'_1. D'ailleurs, l'excentricité n'est pas un élément instrumental rigoureusement fixe, elle peut éprouver des variations assimilables à des erreurs accidentelles, et comme telles éliminables par la multiplication des mesures.

L'étude de l'excentricité d'un cercle méridien de Berlin a donné, en procédant par multiples de 30°, les valeurs :

$$\varepsilon = +1'',4, \qquad \rho = 1'',8, \qquad E = 27°.$$

M. Brück[1] a fait tout récemment une étude semblable pour l'un des cercles de l'Instrument méridien de l'Observatoire de Besançon, et il a trouvé, en procédant par multiples de 15° :

$$\varepsilon = -6'',6, \qquad \rho = 1'',2, \qquad E = 44°.$$

Une détermination faite en cheminant par 30° lui avait donné pour ρ et E les valeurs $1'',4$ et 53°. Il faut remarquer que l'angle E n'est pas de nature à être déterminé avec précision, la direction de la ligne des

[1] Brück, 3, *Bull. astr.*, t. XXIII, p. 91.

centres pouvant être modifiée par la plus petite irrégularité des tourillons. La valeur de e, distance des centres, pour une valeur de μ égale à $1'',2$ et un cercle de 1 mètre de diamètre, est de $0^{mm},003$ (3^{μ}).

142. **Élimination de l'excentricité.** — On peut aussi éliminer l'excentricité en faisant les lectures à trois microscopes distants de 120°. En effet, la somme $\sin(\mathfrak{L}' - E) + \sin(\mathfrak{L}' + 120 - E) + \sin(\mathfrak{L}' + 240 - E)$ peut s'écrire :

$$\sin(\mathfrak{L}' - E) + 2\sin\frac{1}{2}(2\mathfrak{L}' - 2E)\cos\frac{1}{2}(-120^{\circ}),$$

ou

$$\sin(\mathfrak{L}' - E) - \sin(\mathfrak{L}' - E),$$

c'est-à-dire zéro. On remarquera que la disposition des microscopes à 60° satisfait aux deux conditions que nous avons indiquées pour l'élimination de l'excentricité.

En réalité, on n'élimine pas absolument l'excentricité par l'emploi de deux microscopes opposés, mais seulement la partie principale. M. Wolf[1] a fait remarquer qu'on peut supprimer complètement cette erreur dans un cercle gradué sur la couronne (type Gambey) ; il suffit pour cela que les microscopes opposés soient assujettis à la condition d'avoir leurs axes exactement dans le prolongement l'un de l'autre, et que l'observateur détermine chaque lecture par des pointés sur les deux divisions qui se trouvent de part et d'autre du zéro.

[1] Wolf, 5, *Astronomie et Géodésie*, p. 52.

Soient, en effet, MM′ (fig. 147) la ligne commune des axes des deux microscopes, O le centre du cercle gradué dans une première position, A et B les lectures faites sur le cercle.

Dans une deuxième position O′ du cercle, la corde AB est venue en A′B′, et les lectures suivant la ligne des microscopes sont A_1 et B_1. L'angle dont a tourné le

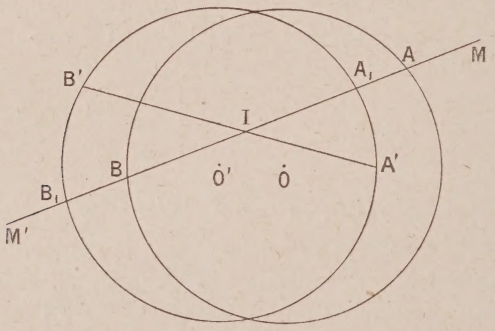


Fig. 147.

cercle, et en même temps la lunette, est A_1IA', qui a pour mesure exacte :

$$\frac{1}{2}(A_1A' + B_1B').$$

Il est donc donné sans erreur par les lectures faites directement suivant la ligne MM′, quelle que soit la distance au centre de cette corde et quel que soit le mode de rotation du cercle.

La graduation par traits sur limbe plan, avec microscopes fixes, ne satisfait pas aux conditions de ce mode de mesure.

M. E. Barbier[1] a déterminé géométriquement les conditions d'élimination de l'erreur d'excentricité pour un cercle dont la graduation est cylindrique (type Gambey), plane (Gr. Mér., Paris) et conique (type Cercle méridien de Greenwich).

143. **Variation des microscopes.** — Le mode de monture des microscopes est très varié : monture dans la masse même du pilier, monture sur un cercle parallèle au cercle gradué, monture sur des bras prismatiques scellés sur le prolongement en hauteur du pilier, etc. Quelle que soit la disposition adoptée, l'expérience prouve que les microscopes subissent des déplacements plus ou moins sensibles. Nous venons de voir quelle influence ces variations peuvent avoir sur l'élimination de l'erreur d'excentricité. Il en résulte aussi des variations dans la valeur de la collimation polaire.

Lorsqu'un instrument est installé depuis un temps suffisamment long et que le jeu des diverses pièces est bien établi, les microscopes n'éprouvent plus, en général, que de très légères oscillations sous l'influence des variations de température. On peut se rendre compte de la stabilité des microscopes en comparant les lectures faites à un microscope à la moyenne de tous les autres, et cela dans différentes directions et à des époques différentes.

Soient α, β, γ, ..., ν, à l'époque t, les distances des microscopes à un point fixe placé devant le cercle, l la

[1] Barbier, 2, *Traité d'Astronomie de* Brunnow, édition française C. André, note II, p. 443.

lecture correspondant à ce repère. Les lectures aux n microscopes seront :

$$l+\alpha, \quad l+\beta, \quad l+\gamma, \ldots l+\nu.$$

Appelons m la moyenne de ces n lectures; on a :

$$m = l + \frac{1}{n}(\alpha+\beta+\gamma \ldots +\nu).$$

La différence entre la première lecture $l+\alpha$ et la moyenne est :

$$\alpha - \frac{1}{n}(\alpha+\beta+\gamma+\ldots+\nu).$$

A l'époque t' et pour la même position du cercle, nous aurons entre la première lecture et la moyenne des n autres la valeur :

$$\alpha' - \frac{1}{n}(\alpha'+\beta'+\gamma' \ldots +\nu').$$

La différence de ces deux expressions est :

$$\Delta = \alpha' - \alpha - \frac{1}{n}(\alpha'+\beta'+\ldots+\nu' - \alpha - \beta \ldots - \nu);$$

elle nous donne la variation de la distance α diminuée de la n^e partie de la somme des différences $\alpha'-\alpha$, $\beta'-\beta$, ..., $\nu'-\nu$. On peut admettre que dans la somme

$$\alpha'-\alpha+\beta'-\beta+\gamma'-\gamma+\ldots+\nu'-\nu,$$

il y a compensation, au moins approximative, des variations, de sorte que la valeur de Δ permettra, non pas de mesurer ces déplacements, mais de juger de la stabilité du système des microscopes-repères.

Il sera bon de varier les conditions comme positions

du cercle et comme conditions de température. Si les indications obtenues mettaient en évidence une trop grande instabilité des microscopes, il faudrait s'assurer si cet état est passager ou permanent. Dans ce dernier cas, il ne faudrait pas hésiter à changer le mode de support des microscopes. Nous donnons plus loin, à l'étude des variations du nadir, un exemple de ce genre de détermination faite par MM. Oltramare, Lancelin et Chatelu. En général, dans un instrument bien installé, les variations des repères sont très faibles.

144. **Flexion de la lunette.** — Les tubes des lunettes méridiennes ne sont pas d'une rigidité absolue et s'infléchissent nécessairement sous l'action de la pesanteur. Cette flexion est, en général, d'autant plus

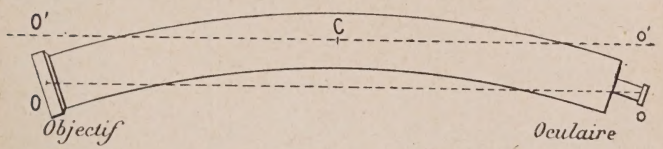


Fig. 148.

grande que les distances des extrémités à l'axe de rotation sont plus grandes; mais elle dépend aussi de la matière des tubes, de leur épaisseur, etc. Si les deux extrémités de la lunette baissaient d'une même quantité comme nous l'indiquons (fig. 148), l'axe optique réel Oo serait parallèle à l'axe optique idéal $O'o'$ passant par l'axe C des tourillons. Il est évident qu'alors la direction de la lunette n'est pas modifiée. Il n'en est plus de même si les abaissements de l'oculaire et de

l'objectif sont différents (fig. 149). Dans le premier cas, il est indifférent, dans la mesure des distances

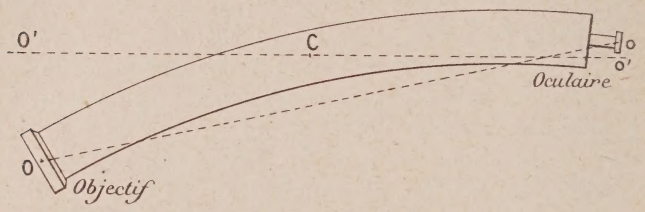


Fig. 149.

zénithales, de diriger O*o* ou O'*o'* sur l'astre, les distances égales O'O et *o'o* étant infiniment petites et les droites O*o*, O'*o'* parallèles (fig. 150). Mais dans le second

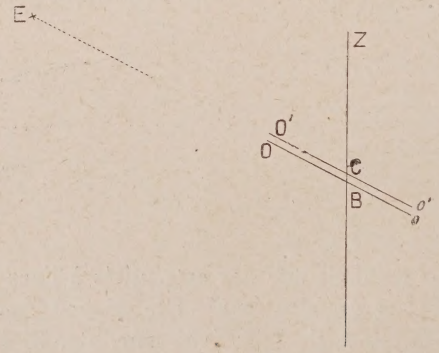


Fig. 150.

cas (fig. 151), pour passer de l'angle observé ZBE, obtenu en dirigeant *o*O vers l'astre E, à l'angle qu'on aurait dû mesurer en dirigeant *o'*CO' vers E, il faut, dans le cas de la figure, augmenter le premier de

l'angle très petit formé par les deux directions O'o' et Oo. Cet angle se nomme la *flexion astronomique* de la lunette. Il est clair que si l'abaissement de l'oculaire est plus grand que celui de l'objectif, la correction change de signe. Lorsque la lunette est bien construite,

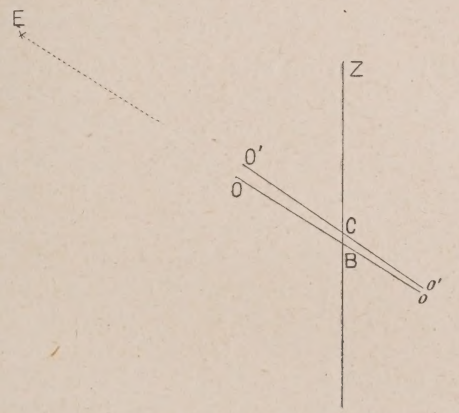


Fig. 151.

c'est-à-dire quand les deux tubes sont d'un même métal bien homogène, et qu'ils présentent une symétrie aussi parfaite que possible de forme, la flexion de la lunette se réduit à une très faible quantité, quelques dixièmes de seconde au maximum, mais elle n'est presque jamais négligeable. Il résulte de la définition que nous venons de donner qu'il n'y a pas flexion, au sens astronomique du mot, si les abaissements de l'objectif et de l'oculaire, comptés suivant la verticale (la lunette étant horizontale), sont égaux ; mais, dans le cas con-

traire, si Δa est la différence d'abaissement, la flexion de la lunette aura pour expression :

$$\text{tang}\, f = \frac{\Delta a}{l}; \qquad \text{d'où} \qquad \Delta a = l f \sin 1'',$$

ou bien :

$$f = \frac{\Delta a}{l \sin 1''},$$

l étant la longueur du tube Oo. Au Grand Instrument méridien de l'Observatoire de Paris, la valeur de l est de 4^{m} environ, celle de f de $0'',5$, Δa est inférieure à $0^{mm},01$. Ainsi une différence d'abaissement presque insensible engendre une erreur qui peut dépasser la demi-seconde et qu'on ne peut pas négliger.

Il faut remarquer que la valeur de f telle que nous venons de la définir comprend non seulement l'inégalité d'abaissement résultant du fléchissement des deux portions du tube, mais encore le jeu des verres de l'objectif dans leur barillet, la variation de la courbure des fils de déclinaison sous l'influence de l'humidité de l'air[1], le déplacement du micromètre. C'est, en somme, un phénomène assez complexe et difficile à analyser; il faudrait, pour résoudre le problème, pouvoir déterminer à toutes les hauteurs la courbe en laquelle se transforme l'axe de figure de chacun des tubes. On conçoit alors que les astronomes aient cherché à éliminer la flexion. Le mode d'attache de la lunette dans les cercles muraux, la lunette faisant corps avec le cercle, semble devoir atténuer l'effet de la flexion, et Common[2] préférait ce

[1] Yvon Villarceau, 6, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. XCIII, p. 107.

[2] Common, *The Observatory*, vol. VII, p. 94.

genre de monture aux tubes libres à la partie optique adoptés dans tous les instruments modernes. Repsold a proposé vers 1823, pour éliminer la flexion, d'échanger les positions de l'objectif et de l'oculaire. Il est évident, en théorie, que si $\frac{\Delta a}{l}$ est la flexion dans une position de l'objectif et de l'oculaire, après interversion elle sera $-\frac{\Delta a}{l}$. La moyenne des observations d'une même étoile faites dans les deux cas serait exempte de flexion, et, de plus, on aurait là un procédé pour déterminer la flexion. Mais, dans l'échange des deux parties optiques, il est difficile d'admettre qu'on ne déplace pas les verres de l'objectif dans leurs montures, et les résultats deviennent douteux, pour ne pas dire illusoires. Hansen [1] a discuté le procédé de Repsold. Gould [2], plus récemment, a fait une critique de cette méthode relativement au Cercle méridien de l'Observatoire Dudley. M. Harkness [3] n'est pas non plus partisan de la méthode Repsold. Villarceau [4] a proposé de faire disparaître l'effet de la flexion en adaptant, aux extrémités des tubes, des masses qu'on peut mouvoir le long de tiges filetées. La grandeur et le déplacement des masses se détermineraient pratiquement par l'emploi des méthodes usuelles de détermination de la flexion que nous décrirons dans les paragraphes qui suivent. Une étude de

[1] Hansen, *Astr. Nach.*, vol. XVII, col. 70.

[2] Gould, *Proceedings of the American Association*, 10th *meeting*, p. 116.

[3] Harkness, *Observations de Washington*, ann. 1882, App. III.

[4] Villarceau, **6**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. XCIII, p. 14.

M. Baggi [1], basée sur la théorie de l'élasticité, montre qu'il est possible dans la construction des lunettes de diminuer l'influence de la flexion des tubes.

On admet, en général, que la flexion de la lunette est nulle au zénith, qu'elle atteint sa valeur maxima f à l'horizon, et qu'entre ces positions extrêmes elle varie proportionnellement au sinus de la distance zénithale z. La flexion f_z, à la distance zénithale z, aura donc pour expression :

$$f_z = f \sin z.$$

Il faut noter que ce n'est là qu'une hypothèse, première approximation d'une loi beaucoup plus compliquée, hypothèse qu'il faudrait justifier. La méthode d'interversion des parties optiques de la lunette permettrait de la vérifier, mais nous avons vu que cette méthode n'a pas d'autre valeur qu'une valeur théorique. Nous aurons, dans ce qui suit, à discuter cette loi et à voir jusqu'à quel point elle est fondée. En réalité, la correction résultant de la flexion doit s'exprimer par une fonction périodique de la distance zénithale, fonction développable en série de Fourier :

$$f_z = f \sin z + g \cos z + h \sin 2z + i \cos 2z + \dots$$

Nous admettrons, avec Villarceau et la plupart des astronomes, que les deux premiers termes suffisent dans les instruments construits avec soin, en sorte que

$$f_z = f \sin z + g \cos z,$$

c'est-à-dire que les termes en $2z$ et ceux d'ordre plus élevé sont nuls pratiquement. Notre première hypothèse revient donc à supposer en outre que le coeffi-

[1] Baggi, *Astr. Nach.*, vol. CXXXVII, col. 353.

cient g est très faible et négligeable. Le facteur f représente la flexion horizontale et le facteur g la flexion verticale. L'existence de g tient principalement à un défaut de coïncidence des centres de gravité des systèmes objectif et oculaire, avec l'axe de figure des tubes [1].

145. **Détermination de la flexion par les collimateurs (méthode de Bessel).** — La méthode de Bessel consiste à disposer deux collimateurs dans le plan horizontal passant par l'axe de rotation de la lunette, comme nous l'avons indiqué pour la détermination de la collimation de l'axe optique. Mais actuellement nous ferons usage des fils horizontaux des collimateurs. On amène en coïncidence ces fils à leurs points de croisement avec les fils verticaux, en pointant ces fils horizontaux l'un sur l'autre, c'est-à-dire le fil du télescope Nord sur l'image du fil du télescope Sud, ou inversement. Pour cela on doit, bien entendu, ouvrir le cube de l'instrument préalablement placé verticalement, ou bien, ce qui est moins pratique, soulever la lunette sur le chariot de retournement. Pointons la lunette sur le collimateur Sud en amenant le fil mobile sur le fil horizontal du collimateur, et soit S la lecture (microscopes et micromètre combinés) ; appelons N la quantité correspondante lorsqu'on pointe avec le fil mobile le fil du collimateur Nord. La différence des deux lectures serait évidemment de 180° s'il n'y avait pas de flexion. Mais si cette différence n'est pas de 180°, elle donnera le double de la flexion

$$2f = \mathrm{N} - \mathrm{S} - 180^\circ.$$

[1] Villarceau, 7, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. XCIII, p. 866.

Il est évident que le résultat est indépendant des erreurs de division du cercle, puisque les deux mêmes divisions viennent toujours sous deux microscopes opposés quand on tourne la lunette de 180°; mais il est affecté par les déformations normales du cercle de lecture sous l'action de la pesanteur (flexion du cercle) et par les déformations anormales résultant de l'inégale répartition de la température.

L'opération est délicate et demande qu'on prenne des précautions si l'on veut arriver à un résultat présentant une certaine valeur; les télescopes, en effet, peuvent éprouver des déplacements du même ordre de grandeur que la quantité à mesurer. Voici le procédé employé à l'Observatoire de Paris tel qu'il est exposé par M. Périgaud [1]. Ce qu'on veut trouver et comparer, ce sont les distances polaires des deux collimateurs à l'instant de la coïncidence. Pour cela, on notera les heures des pointés et on pourra tenir compte du mouvement des télescopes. On laissera l'un des télescopes, le Sud par exemple, sans y toucher. Comme en faisant plusieurs déterminations (ce qui est nécessaire pour éliminer les erreurs accidentelles) on pointe ce télescope d'intervalle en intervalle, on pourra avoir sa position, par rapport à l'origine des lectures, à un instant déterminé. Nous admettrons que pour des intervalles de quelques minutes les variations du télescope sont proportionnelles au temps. Pour le télescope Nord avec le fil duquel nous pointons le télescope Sud, on pourrait aussi, avec les données de l'observation, calculer son

[1] Périgaud, 3, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations de 1887), p. G. 148.

mouvement. Il est plus simple d'opérer comme pour le premier. Pour cela, on prend à l'avance une position déterminée du fil mobile du télescope, de préférence voisine de la coïncidence. Nous appellerons Nord-fixe cette position ; le mot fixe n'a ici qu'un sens relatif, il indique que le fil du collimateur est placé de manière que le tambour de ce collimateur marque la même division à l'index. A chaque opération, on pointe avec la lunette cette position du fil ; on déduit alors le mouvement du télescope Nord comme celui du télescope Sud. Avec ces données, il sera facile, par interpolation, de ramener toutes les lectures à l'heure des coïncidences. Voici alors la succession des opérations à effectuer après avoir établi approximativement la coïncidence des télescopes : pointer avec la lunette le télescope Sud, puis le Nord-fixe ; faire la coïncidence en pointant le télescope Nord sur le télescope Sud, c'est-à-dire placer le fil du collimateur Nord sur l'image du fil du collimateur Sud, ensuite pointer avec la lunette le télescope Nord, le Nord-fixe pour finir par le télescope Sud.

L'expérience montre qu'on peut opérer de manière à effectuer les opérations dans le même temps, de sorte que les facteurs d'interpolation ne changeront pas ; il devient alors inutile, pour l'observateur exercé, de noter les heures des pointés. Enfin comme on prend le Nord-fixe très près du pointé de coïncidence, il n'est pas nécessaire de faire à nouveau la lecture du cercle après le pointé Nord.

On pourra inverser l'ordre, c'est-à-dire pointer le microscope Sud sur le microscope Nord, afin de varier les conditions de la détermination. Les nombreuses valeurs que nous avons obtenues au Grand Instrument

méridien de l'Observatoire de Paris nous ont montré [1] qu'il y a identité absolue dans les résultats, quel que soit l'ordre des opérations; la différence atteint rarement o″,05 ou o″,06 dans un sens ou dans l'autre pour la moyenne annuelle, elle a été le plus souvent de o″,01 ou o″,02. Il faut avoir soin, dans le réglage des microscopes l'un sur l'autre, que les points de croisement des fils verticaux et horizontaux des collimateurs puissent être pointés avec la même partie du fil mobile du micromètre, de manière à ne pas avoir à tenir compte de l'inclinaison de ce fil. L'effet de l'inclinaison pourrait, en effet, être du même ordre de grandeur que la flexion elle-même qui est généralement très faible.

Les nombreuses déterminations faites au Grand méridien par M. Périgaud et par nous montrent que la flexion dépasse rarement la demi-seconde, il en est de même à Greenwich; au Cercle méridien de Berlin, elle atteint à peine le quart de seconde. On trouve souvent entre les différentes déterminations faites par un même observateur des discordances considérables qui n'ont certainement pas d'autre cause qu'un manque d'attention ou de précaution.

Avant d'exposer d'autres méthodes de détermination, nous étudierons l'influence de la température sur la flexion, cette étude se rattachant directement aux précautions qu'il y a lieu de prendre. Il n'est pas douteux que les inégalités de température dans la salle peuvent avoir une influence sensible; aussi M. Newcomb [2] con-

[1] Loewy, *Rapports annuels sur l'état de l'Observatoire de Paris* (Années 1900 à 1906, Observations de jour, F. Boquet).

[2] Newcomb, 1, *Report to the Secretary of the Navy*, 1884, p. 22.

seille-t-il de mettre à profit, pour la détermination de la flexion, les journées où le ciel demeure couvert. Dans les nombreuses déterminations de flexion que nous avons faites au Grand Instrument méridien de l'Observatoire de Paris, nous avons choisi autant que possible des jours de pluie ou de ciel très nuageux, mais sans vent, car dans le dispositif adopté à Paris, les supports des collimateurs se trouvent dans les embrasures des fenêtres Nord et Sud, et exposés aux vibrations produites sur les murs et les fenêtres par l'agitation de l'atmosphère. Dans l'étude qu'il a faite de la flexion au Cercle méridien de Besançon, M. Brück[1] avait soin de choisir des jours où la température variait peu. M. Bauschinger[2], à l'Observatoire de Munich, par une méthode dont nous parlerons plus loin, a pu évaluer assez exactement les variations de flexion avec la température, variations qui sont parfois considérables. La plus petite inégalité de température causée par une source de chaleur rayonnante produisait une flexion qui persistait pendant plusieurs minutes. La main approchée du tube, sans contact, donnait naissance à une flexion de $0'',3$; la présence de l'observateur se traduisait, au bout de dix minutes, par une flexion de $0'',2$; une différence de 1° centigrade entre les deux faces du tube produisait une flexion horizontale de $0'',71$, soit $0^{mm},0023$; une petite lampe, placée à un mètre du tube, déterminait un fléchissement de $1'',2$ qui persistait pendant plus de cinq minutes. MM. Turner et Thackeray[3]

[1] Bruck, 2, *Bull. astr.*, t. XXI, p. 241.

[2] Bauschinger, 1, *Thèse présentée à la Faculté de Munich.*

[3] Turner, 6, et Thackeray, 2, *Memoirs of the Royal astronomical Society*, vol. LI, p. 109.

ont constaté que les déterminations de la flexion faites à Greenwich au moyen du collimateur varient avec la température, mais ne sont pas assez sensibles pour expliquer les discordances constatées entre les observations directes et réfléchies.

A Sydney [1], on a fait en 1895 et 1896 une étude complète de la flexion (54 déterminations en 1895, 66 en 1896) en variant les conditions de température. Nous avons, de notre côté [2], fait une étude semblable pour le Grand Instrument méridien de l'Observatoire de Paris. L'existence même de la flexion, en montrant qu'on ne doit pas considérer les deux parties du tube comme identiques ni géométriquement, ni physiquement, amène assez naturellement à penser que la flexion est fonction de la température. Ce fait, quoique bien établi actuellement, n'a jamais été traduit d'une façon précise pour aucun instrument. Nous avons cherché à établir la loi de variation par la discussion d'une longue série portant sur 222 déterminations dont chacune est la moyenne de 6 déterminations individuelles, soit un total de près de 1400 observations (janvier 1898 à mai 1904). Afin d'avoir des résultats affranchis autant que possible des erreurs accidentelles, nous n'avons formé que quatre groupes avec nos 222 valeurs, de manière à avoir dans chacun d'eux un nombre suffisant d'observations. On obtient ainsi les valeurs suivantes :

[1] *Monthly Notices*, vol. LVI, p. 244; vol. LVII, p. 268.
[2] Boquet, 7, *Bull. astr.*, t. XXI, p. 431.

TEMPÉRATURES	VALEURS MOYENNES DE f	Δ	NOMBRE DE DÉTERMINATIONS
Au-dessous de 5°	— 0″,529		28
		+ 0,055	
De 5° à 9°,9	— 0″,474		74
		+ 0,041	
De 10° à 14°,9	— 0″,433		53
		+ 0,054	
Au-dessus de 15°	— 0″,379		67.

Il y a donc, de toute évidence, une diminution très sensible de la valeur absolue avec l'élévation de la température, et la marche des différences permet de supposer que la variation de f est proportionnelle à celle de la température θ. Il en résulte que, si nous désignons par f_0 la valeur de la flexion à 0°, par f_θ sa valeur à θ°, nous pouvons poser :

$$f_\theta = f_0 + n\theta.$$

S'il était établi que la valeur de f_0 fût constante, nous aurions 222 équations linéaires pour déterminer f_0 et n. On pourrait admettre vraisemblablement que le coefficient n est indépendant de la valeur absolue de f_0, mais l'examen des valeurs moyennes annuelles (oscillant entre 0″,33 et 0″,51) ne nous a pas permis d'admettre la constance de f_0. Cependant pour la période 1901 à 1904, les valeurs moyennes des flexions restent comprises entre — 0″,48 et — 0″,51, et celles des températures moyennes des déterminations entre + 10°,4 et + 10°,8 ; nous pouvons donc supposer pour cette période f_0 constant. Il nous restait

un système de 130 équations qui nous ont donné les valeurs :

$$n = +0'',01, \quad \text{et} \quad f = -0'',62,$$

en sorte que la flexion du Grand méridien serait, pour cette période, très bien représentée par la formule

$$f_\theta = -0'',62 + 0'',01\,\theta;$$

il y aurait donc une variation de $0'',1$ par 10° de variation de température, ce qui peut amener de l'hiver à l'été une variation de flexion de plus de $0''.3$, quantité qu'on ne saurait négliger dans la réduction des observations de distance polaire. Des expériences faites à Berlin par M. Küstner[1] pendant la saison des pluies d'automne a mis en évidence l'influence perturbatrice des plus légers changements de température. Ces remarques suffisent pour montrer l'intérêt qu'il y a à étudier les variations de flexion avec la température pour chaque instrument.

Il y a lieu aussi de se préoccuper de la plus ou moins grande rapidité avec laquelle s'établit l'équilibre mécanique du tube quand on change la position de la lunette. M. Bauschinger estime que pendant deux ou trois minutes la flexion peut osciller de $0'',1$ à $0'',2$. Ce fait a été confirmé par les observations faites à Greenwich[2] en 1894, où on a constaté que les résultats déduits des mesures faites, les unes de suite après le calage, les autres deux minutes plus tard, présentaient une différence de $0'',2$. Il est donc de toute nécessité d'attendre

[1] Küstner, 2, *Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft*, 22e année, p. 78.

[2] Christie, 6, *Report of the astronomer royal* (Greenwich observations), 1894, p. 7.

que l'instrument ait pris sa position d'équilibre d'élasticité.

M. Turner [1] a appelé l'attention des astronomes sur un autre point que nous avons déjà signalé (§ 43), et qui est relatif au pointé des collimateurs l'un sur l'autre à travers le cube de l'instrument. Nous n'y reviendrons pas; il nous suffit de rappeler l'importance, au point de vue de la détermination de la flexion, de la remarque de M. Turner. Nous ferons remarquer seulement que des expériences plus récentes [2] n'ont donné qu'une différence de $0'',05$ dans les valeurs de la flexion obtenues par coïncidence des collimateurs à travers l'ouverture du cube ou lorsque l'instrument était soulevé d'une quantité suffisante.

Dans la pratique, il est évident qu'au lieu d'employer deux collimateurs, on peut faire usage d'une mire méridienne et d'un collimateur, en déterminant la coïncidence du fil horizontal du collimateur sur la mire. L'emploi d'un collimateur zénithal et du bain de mercure permet d'appliquer la méthode de Bessel à la détermination de la flexion au zénith. Soient N et Z les pointés sur le nadir et sur le zénith, obtenus comme nous l'avons dit précédemment; on a :

$$2f = N - Z - 180^\circ.$$

Ici, comme avec les collimateurs, le résultat est indépendant des erreurs de division du cercle.

146. Détermination de la flexion par l'observation d'étoiles directement et par réflexion.

[1] Turner, *The Observatory*, vol. IX, p. 182.
[2] Christie, *Monthly Notices*, vol. LV, p. 327.

— On peut obtenir la flexion, non plus seulement à l'horizon ou au zénith, mais à des hauteurs variables, en combinant des observations d'étoiles faites directement puis par réflexion sur le bain de mercure. Supposons que nous ayons observé une étoile E directement (fig. 152), et soit l la lecture du cercle, puis par réflexion en E', et soit l' la lecture correspondante. Appelons ν la vraie lecture au nadir, λ et λ' les vraies lectures qu'on obtiendrait s'il n'y avait pas de flexion. On a alors pour une étoile passant au méridien au Sud du zénith :

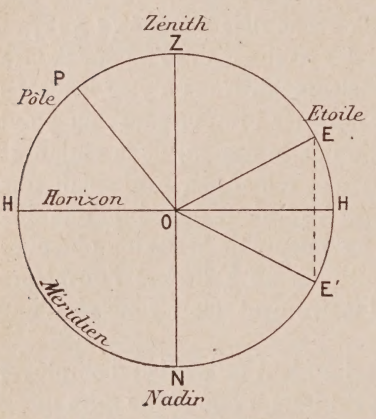


Fig. 152.

$$\nu - \lambda = \text{EON},$$

$$\nu - \lambda' = \text{E'ON ou EOZ}.$$

En ajoutant membre à membre, on a :

$$\nu - \lambda + \nu - \lambda' = \text{EON} + \text{EOZ ou } 180^\circ.$$

En raison de la flexion, on a :

$$\lambda = l + f \sin z + g \cos z,$$

$$\lambda' = l' + f \sin z - g \cos z,$$

$$\nu = n - g,$$

n désignant la lecture obtenue au nadir. En substi-

tuant ces trois valeurs dans l'équation précédente, on a :

$$n - l + n - l' - 2f \sin z = 180^\circ + 2g.$$

Pour une étoile qui passe au méridien au Nord du zénith, on aurait :

$$n - l + n - l' + 2f \sin z = 180^\circ - 2g.$$

On obtient ainsi deux équations contenant les inconnues f et g. Quand on aura un nombre assez grand d'équations, on les résoudra par les procédés bien connus, et on en déduira les valeurs des coefficients de la flexion.

Cette méthode, appliquée par M. Périgaud[1] à la détermination de la flexion du Cercle de Gambey, a donné comme résultat la flexion anormale

$$f_z = g \cos z,$$

le terme f étant nul, en sorte que la flexion est maxima dans la position verticale. Cette erreur instrumentale, d'après M. Périgaud, provient de la conicité de l'axe de rotation qui, en tournant sur lui-même, se balance dans son enveloppe. La valeur de g, en effet, varie avec le serrage de l'écrou. Plus le cercle est libre, plus g augmente.

Il serait intéressant de vérifier si la flexion affecte la même forme pour d'autres cercles muraux et si le mode d'attache du cercle et de la lunette ne joue pas un rôle dans cette irrégularité instrumentale.

[1] Périgaud, 7, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXIV, p. 1164.

147. **Détermination de la flexion par la méthode de Lœwy (emploi d'un appareil auxiliaire).** — L'appareil de Lœwy[1] que nous avons décrit (§ 135) pour l'étude des tourillons permet de mesurer les flexions absolues en distance polaire des deux moitiés du tube de la lunette.

L'image d'un point du réticule réfléchi par la surface MM' (fig. 136) vient se former à côté de ce point lui-même. Pendant la rotation de la lunette, on pourra ainsi, par la mesure du déplacement de l'image, déterminer la flexion de l'oculaire augmentée d'une petite quantité provenant du mouvement propre de l'appareil. Le rayon de courbure de la surface S tournée vers l'objectif est calculé de façon à former avec la surface concave non argentée S' une lentille dont la distance focale est à peu près égale au quart de la distance focale de la lunette, de sorte qu'un point de l'objectif viendra former une image dans le plan même du réticule. Dans le mouvement de rotation, le déplacement d'un point de l'objectif observé dans l'oculaire donnera donc la somme des flexions subies par les deux extrémités de l'instrument, augmentée encore d'une petite variation due à l'appareil.

Pour établir les équations du problème, nous prendrons trois axes de coordonnées passant par le centre de l'appareil; l'axe optique instrumental sera l'axe 1, la ligne Est-Ouest l'axe 2, la perpendiculaire au plan

[1] Lœwy, **2**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. LXXXVII, p. 889; **3**, t. XCI, p. 6; **4**, et Périgaud, t. XCIII, p. 174; **5**, et Périgaud, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. XVI, p. C-1.

de ces deux lignes l'axe 3, la direction positive de ce dernier axe étant celle de la vis de déclinaison.

La lunette étant au zénith, on pointe avec le fil mobile l'image réfléchie d'un fil horizontal, ou l'on fait coïncider le fil mobile et son image; on pointe, d'autre part, avec le fil mobile l'un des traits de l'objectif et aussi l'une des déviations de la plaque des tourillons; on passe ensuite à une hauteur h pour laquelle on cherche la flexion. On répète ces trois opérations successivement. La comparaison des lectures l effectuées à la hauteur h avec les lectures l_z au zénith conduit aux équations cherchées. Considérons les composantes sur l'axe 3 des mouvements de translation qui peuvent se produire.

Désignons par

f_r la composante du déplacement du réticule,

f_o la composante du déplacement de l'objectif,

a la composante du mouvement de l'appareil causé par son propre poids,

F_a la composante de la flexion de l'axe instrumental. Considérons les fils réfléchis. Soient O le centre du miroir et Oi la direction de la ligne de visée au zénith l_z. En i le point du fil mobile considéré (fig. 153) coïncidait avec son image. En allant à une hauteur h le point i s'abaisse en i' et l'image se fait en i''. Pour retrouver la coïncidence, il faut donc

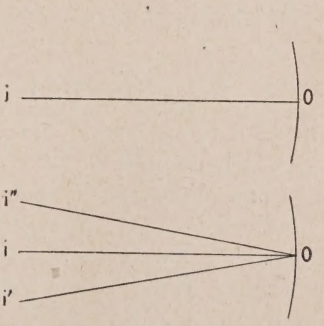


Fig. 153.

remonter la vis mobile de la quantité ii', c'est-à-dire de f_r. On a donc :

$$l_z - l = f_r.$$

Évaluons maintenant l'effet du mouvement a de l'appareil. Supposons pour cela le réticule rigide et l'appareil éprouvant à la hauteur h le déplacement $a = OO'$ (fig. 154). Réduisons l'appareil au repos en imprimant à tout le système un mouvement égal et contraire à a; le point i vient en i' et l'image en i'' : il faudra donc descendre la vis de la quantité $ii'' = a$. On a donc ici :

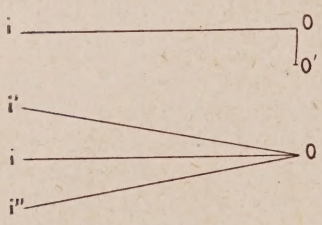


Fig. 154.

$$l' - l_z = a.$$

Réunissant les deux effets, nous arrivons à la relation

$$f_r - a = (l_z + l_z') - (l + l') = m, \qquad (1)$$

m étant fourni par la différence des lectures au zénith et à la hauteur h.

Considérons, en second lieu, les traits de l'objectif. Étudions les effets produits sur les images en passant du zénith à une hauteur h, par les abaissements du réticule f_r et de l'objectif f_o, suivant l'axe 3, et par le mouvement a de l'appareil. Séparons ces effets comme dans le cas précédent. Le réticule fléchissant seul de f_r, on aura :

$$l_z - l = f_r.$$

Supposons maintenant rigides le réticule et l'appareil. Soit o (fig. 155) le centre optique de la petite lentille, au zénith le point i de l'objectif vient faire son

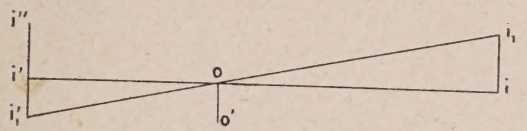


Fig. 155.

image en i''. L'objectif s'abaissant de $ii_1 = f_o$, l'image i'' vient en i_1''; il faudra donc remonter le fil mobile de $i''i_1''$. Or

$$\frac{i''i_1''}{ii_1} = \frac{oi''}{oi} = \frac{\alpha}{\beta};$$

on aura donc :

$$l_z' - l' = \frac{\alpha}{\beta} f_o,$$

α et β étant les distances du centre optique de la petite lentille au réticule et à l'objectif.

Supposons enfin l'appareil seul s'abaissant de a à la hauteur h; on trouvera en raisonnant comme précédemment :

$$l'' - l_z'' = a + \frac{\alpha}{\beta} a.$$

En faisant la somme des trois effets, on aura pour l'équation fournie par les traits de l'objectif :

$$f_r - a + \frac{\alpha}{\beta}(f_o - a) = (l_z + l_z' + l_z'') - (l + l' + l'') = n, \qquad (2)$$

n étant fourni par l'observation.

L'observation de l'image d'un point de la plaque du tourillon donne par une analyse semblable une troisième équation :

$$f_r - a\left(1 + \frac{\alpha}{\gamma}\right) - F_a\left(\frac{\alpha}{\gamma}\right) + \omega = p, \qquad (3)$$

où γ est la distance de l'appareil au point du tourillon, ω la rotation de l'appareil autour de l'axe 1.

Les quantités inconnues sont f_r, f_o, a, F_a et ω. Les équations (1), (2) et (3) ne suffisent pas pour obtenir la solution du problème. Un procédé bien simple permet d'obtenir deux nouveaux groupes de trois équations. Il consiste à répéter les expériences en adaptant des poids égaux en quatre points symétriques des parois de l'appareil, de façon à accroître successivement sa pesanteur. On le porte, par exemple, de P à $\frac{3}{2}$P et à 2P. On obtient alors deux groupes de trois équations toutes pareilles aux précédentes, où le seul changement consiste à affecter les facteurs a et ω du facteur $\frac{3}{2}$ dans le premier et du facteur 2 dans le second.

Cette méthode a été appliquée par Lœwy et M. Périgaud à l'étude de la flexion du Grand Instrument méridien et du Cercle méridien du jardin (Observatoire de Paris). Une des conclusions de ce mémoire, c'est qu'aux deux instruments considérés la flexion telle que nous l'avons définie, c'est-à-dire la valeur de $f_o - f_r$, serait représentée par trois termes de la série de Fourier :

$$f_z = f \sin z + g \cos z + h \cos 2z,$$

et qu'on commettrait une erreur notable en admettant simplement la proportionnalité de la flexion au sinus de la distance zénithale. Il n'existe d'ailleurs pas de raisons qui permettent d'affirmer *à priori* que la flexion doive suivre une loi aussi simple.

La méthode de Lœwy a donné lieu à de nombreuses remarques. Nous nous bornerons à citer les critiques de Marth[1] et d'Yvon Villarceau[2], en renvoyant le lecteur aux notes originales.

148. **Autres méthodes de détermination de la flexion à l'aide d'appareils auxiliaires.** — La méthode des collimateurs ne permet de déterminer la flexion qu'à l'horizon ou au zénith. Pour l'obtenir dans toutes les directions, les observateurs ont essayé de rendre ce procédé applicable à toutes les hauteurs à l'aide de miroirs, ou de faire usage, comme dans la méthode Lœwy, d'appareils auxiliaires. Nous ne pouvons donner ici la description complète des dispositifs imaginés, nous les indiquerons seulement, la plupart n'étant pas employés dans la pratique des observations méridiennes. Parmi les plus anciens, le procédé de Porro[3] et celui de Secchi[4], plus récemment le procédé de Houzeau, consistent à observer l'image des fils réfléchis soit par l'objectif, soit par un miroir plan placé en avant de l'objectif : on obtient ainsi la somme des

[1] Marth, *Monthly Notices*, t. XLIV, p. 103.

[2] Yvon Villarceau, **8**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. XCIII, p. 449.

[3] Porro, **3** et **4**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. XXXVII, p. 752 et p. 851; et **5**, t. XXXVIII, p. 734.

[4] Secchi, *Cosmos*, 1854, 15e livraison.

flexions pour les deux moitiés du tube. On peut appliquer la méthode des collimateurs à toutes les hauteurs en remplaçant l'un des collimateurs par un miroir[1]. Rappelons que dans des expériences faites à Greenwich[2] en 1850, on mesurait la somme des flexions des deux parties du tube à l'aide d'une lentille placée près du cube, méthode qui a suggéré à Marth[3] l'idée de comparer l'image d'un trait tracé dans le voisinage du centre de l'objectif avec l'image des fils réfléchis par un miroir fixé dans le cube. Enfin nous signalerons la méthode de M. Schaeberle[4] et celle de M. Bauschinger[5].

149. **Détermination de la flexion par la méthode de M. Périgaud.** — Les appareils que nous venons d'étudier permettent de déterminer la flexion, les uns, comme les collimateurs horizontaux et le collimateur vertical de Faye dans la direction horizontale et dans la direction verticale : ils donnent la flexion complète (tubes et déformation du cercle de lecture); d'autres, comme les appareils de Lœwy, Schaeberle, etc., donnent la flexion de la lunette pour toutes les hauteurs (flexion du tube objectif et du tube oculaire). M. Périgaud[6] s'est proposé de déterminer

[1] Brunnow, *Astronomie pratique*, p. 74.

[2] Airy, **1**, *Greenwich Observations*, 1852, Appendix I, p. 17.

[3] Marth, *Monthly Notices*, t. XLIV, p. 103.

[4] Schaeberle, **1**, *Astr. Nach.*, vol. CXVIII, col. 147, et *The American Journal of Science*, 3e série, vol. XXXIII, p. 374.

[5] Bauschinger, **1**, Thèse présentée à la Faculté de Munich, 1888.

[6] Périgaud, **6**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations 1889) p. D. 66.

la flexion du cercle seul, indépendamment de la lunette, flexion qui, comme celle du tube, peut se représenter par une série de Fourier.

En un point de l'axe de rotation, imaginons qu'on installe une tige rigide, égale en longueur au diamètre du cercle, pouvant tourner autour de cet axe et y être fixée à volonté dans une position quelconque. Traçons sur les extrémités de cette tige des divisions et, dans le plan perpendiculaire à l'axe décrit par la tige, plaçons à 180° l'un de l'autre deux microscopes, dans la direction verticale, par exemple. Nous aurons, pour ainsi dire, un second cercle réduit à un diamètre, pouvant tourner à frottement autour de l'axe de rotation et être fixé dans une situation quelconque.

Il est facile de voir comment on pourra obtenir la flexion du cercle bornée à ses deux premiers termes :

$$f_z = f \sin z + g \cos z,$$

et cela dans une position arbitraire.

Soit l la lecture du cercle pour cette position choisie. Plaçons la tige verticalement en face des microscopes auxiliaires et fixons-la en ayant soin de marquer d'un repère R celui des deux rayons dirigé vers le zénith. Soit t la moyenne des lectures des deux microscopes de la tige. Tournons maintenant le cercle de 180° dans le sens croissant des angles, et soient l' et t' les nouvelles lectures du cercle et de la tige. Nommons ω l'angle véritable de rotation, φ la correction de flexion dans la première direction du cercle et de même χ celle de la tige ; nous aurons :

$$l' - l = \omega + 2\varphi,$$
$$t' - t = \omega + 2\chi;$$

d'où

$$(t' - t) - (l' - l) = 2(\chi - \varphi),$$

différence que nous appellerons Δ_1.

Partons maintenant, au contraire, de la position l' pour aller à 180°; mais, au préalable, plaçons la tige comme au début de l'opération, de façon que le rayon au repère R soit toujours dirigé vers le zénith. Alors, dans ce second mouvement, tandis que le cercle subira des flexions contraires aux précédentes, la tige se comportera comme précédemment et donnera lieu aux mêmes flexions.

Soient $\mathfrak{L}$ et $\mathfrak{L}'$ les deux nouvelles lectures successives du cercle, $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{T}'$ celles de la tige et Ω l'angle véritable de rotation; on aura :

$$\mathfrak{L}' - \mathfrak{L} = \Omega - 2\varphi,$$
$$\mathfrak{T}' - \mathfrak{T} = \Omega + 2\chi;$$

d'où

$$(\mathfrak{T}' - \mathfrak{T}) - (\mathfrak{L}' - \mathfrak{L}) = 2(\chi + \varphi);$$

appelons Δ_2 cette différence; on aura, en combinant Δ_2 et Δ_1 par addition et soustraction :

$$\Delta_2 - \Delta_1 = 4\varphi,$$
$$\Delta_2 + \Delta_1 = 4\chi;$$

on obtient ainsi la flexion du cercle et celle de la tige. Cette méthode appliquée par M. Périgaud au Cercle de Gambey a montré qu'alors que le coefficient f atteignait près d'une demi-seconde, le coefficient g, au contraire, était très faible.

Pour avoir la flexion astronomique, qu'il importe surtout de connaître pour la correction des observa-

tions de déclinaison, il faudrait déterminer la flexion de la lunette seule. Aux instruments du type Gambey, la détermination de la flexion du tube par les collimateurs, même dans la seule direction horizontale, présente des difficultés, car il est pratiquement impossible de déplacer l'instrument pour pointer les collimateurs l'un sur l'autre, et il n'est pas facile de pratiquer une ouverture à la partie médiane du tube sans modifier totalement l'instrument. Pour tourner ces difficultés, M. Périgaud a imaginé un procédé nouveau qui lui donne la flexion totale ou astronomique

Supposons que l'on veuille avoir la flexion totale dans une direction donnée de la lunette. Fixons le cercle et plaçons sur le micromètre et sur l'objectif deux petites plaques de celluloïd, couvertes d'une foule de points très fins, faciles à viser. On les obtient en projetant sur la plaque de la poussière d'encre qui forme des groupes de points ou constellations faciles à reconnaître dans le microscope. Installons enfin en face de ces plaques deux microscopes orientés de même façon que ceux du cercle (type Gambey). Nous transformons ainsi la lunette en un second cercle semblable de tout point au premier. Soient f_c la flexion du cercle correspondant à cette direction et f_l celle de la lunette, c et l les deux lectures du cercle et de la lunette pour cette direction. Allons à 180° et appelons c' et l' les nouvelles lectures; nous aurons, ω étant le véritable angle de rotation très voisin de 180° :

$$c' - c = \omega + 2f_c.$$

Prenons de même $l' - l$ et voyons l'influence de la flexion f_l sur ces lectures. Pour fixer les idées, sup-

posons f_l positif, la lunette étant au Sud, à 45° de l'horizon par exemple.

Cela veut dire que l'objectif se relève ; car, alors, pour retrouver l'axe optique sans flexion, il faut abaisser l'instrument vers l'horizon, par suite diminuer la lecture (les lectures croissent quand la lunette se déplace dans le sens Sud-zénith-pôle) ; il faut donc l'augmenter de f_l. Mais, pour la lunette transformée en cercle, l'effet est contraire ; le mouvement de ce second cercle a lieu de façon à augmenter les lectures : il faudra donc diminuer l de f_l et augmenter l' de cette quantité. On aura donc la seconde relation :

$$l' - l = \omega - 2f_l ;$$

d'où

$$(c' - c) - (l' - l) = 2(f_c + f_l),$$

On a ainsi deux fois la flexion cherchée en soustrayant $l' - l$ de $c' - c$.

Ce raisonnement suppose qu'il n'y a inflexion que des deux moitiés du tube et que le fil du micromètre reste rigide. On devra s'assurer que cette dernière condition est satisfaite ; on le fera aisément par des coïncidences du fil horizontal du micromètre avec des aspérités des fils verticaux dans toute direction.

M. Périgaud a appliqué cette méthode à la détermination de la flexion du Grand Instrument méridien de l'Observatoire de Paris, mais seulement dans la direction horizontale. L'appareil employé se compose de deux microscopes qui, dans la position horizontale de la lunette, se trouvent respectivement en face de l'objectif et du micromètre. Sur ces deux parties de la lunette on fixe les lamelles de celluloïd sur lesquelles

on a projeté des gouttelettes d'encre. En plaçant les têtes de vis de ces microscopes auxiliaires avec la même orientation que ceux du cercle, on transforme la lunette en un second cercle. Dans le dispositif adopté par M. Périgaud, les microscopes étaient fixés à l'extrémité libre de deux longs tubes de laiton, dont l'autre extrémité était vissée sur des plaques de bronze encastrées dans le pilier. Si nous désignons par S la lecture du cercle et L celle de la lunette, l'objectif au Sud; par N et L′ les quantités correspondantes, l'objectif au Nord; on aura :

$$N - S = \omega + 2f_c,$$

$$L' - L = \omega - 2f_l;$$

d'où

$$(N - S) - (L' - L) = 2(f_c + f_l). \qquad (1)$$

Mais les tubes des microscopes vibrent facilement, il n'est pas possible de pointer les traits choisis avec les vis des microscopes. Il se présente donc une petite difficulté qu'on éviterait avec des microscopes très stables, mais il n'est guère pratique d'installer des piliers stables dans le méridien près de l'objectif et de l'oculaire. Voici alors comment on peut procéder. L'objectif étant au Sud, pour avoir L, on amène, à l'aide de la vis de rappel (petits mouvements), le point choisi du micromètre à être bissecté par le fil du microscope Nord. Si on appelle S′ la nouvelle lecture du cercle, on aura :

$$L = \frac{S - S'}{2},$$

et, de même, en appelant N′ la seconde lecture du cercle, pour la position Nord de l'objectif :

$$L' = \frac{N - N'}{2}.$$

Remplaçons dans l'équation (1) L et L′ par leurs valeurs; il viendra :

$$N - S - \left(\frac{N - N'}{2} - \frac{S - S'}{2}\right) = 2(f_c + f_l),$$

ou

$$N - S + N' - S' = 4(f_c + f_l).$$

Voici donc comment on doit opérer : 1° placer l'objectif au Sud, faire coïncider le point choisi du micromètre avec le fil horizontal du microscope Nord, soit S la lecture du cercle; faire coïncider le point choisi de l'objectif avec le microscope Sud, et soit S′ la lecture du cercle; 2° placer l'objectif au Nord, faire coïncider le point choisi du micromètre avec le fil horizontal du microscope Sud, soit N′ la lecture du cercle; faire coïncider le point choisi de l'objectif avec le microscope Nord, et soit N la lecture du cercle. Les lettres S et N se rapportent aux coïncidences avec le microscope Nord, N′ et S′ aux coïncidences avec le microscope Sud.

D'autre part, soit δ la différence (objectif Nord et objectif Sud) trouvée en pointant avec le fil mobile horizontal du micromètre une des petites aspérités qui se rencontrent sur les fils verticaux du réticule. Les lectures, l'objectif étant au Sud, se trouvent augmentées de $\frac{\delta}{2}$, tandis qu'elles sont diminuées de la même

quantité lorsque l'objectif est au Nord. La flexion horizontale sera alors :

$$f_c + f_l + \frac{\delta}{2}.$$

Nous avons expérimenté cette méthode, et les résultats que nous avons obtenus, comme ceux obtenus précédemment par M. Périgaud, s'accordaient très bien avec ceux fournis par les collimateurs. On a donc un procédé de contrôle très précieux. La méthode est d'ailleurs d'une grande simplicité, l'installation des microscopes est aussi aisée que celle des collimateurs, le réglage est des plus faciles et des plus rapides, enfin, et ceci est essentiel, les pointés sur les points des constellations artificielles sont, à notre avis, beaucoup plus précis que ceux des fils noirs sur les fils brillants des collimateurs.

150. **Vérification de la valeur de la flexion. — Déplacement du micromètre.** — MM. Ebert[1] et Perchot ont indiqué une méthode de vérification directe des valeurs de f_d et f_i. Ce procédé ne peut s'employer qu'avec les cercles réversibles à deux mires. Il est d'une application si facile qu'il fournit une méthode de contrôle tout à fait pratique. On a, en désignant par N_d, N_i, S_d et S_i les distances polaires des mires Nord et Sud dans les deux positions de la lunette :

$$f_d = \frac{N_d - S_d}{2} - 90^\circ + \varepsilon,$$

$$f_i = \frac{N_i - S_i}{2} - 90^\circ + \varepsilon,$$

[1] Ebert, **2**, et Perchot, **1**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXXVI, p. 27.

d'où

$$f_d - f_i = \frac{N_d - N_i}{2} - \frac{S_d - S_i}{2}.$$

On peut aussi déterminer la partie de f qui provient du déplacement du micromètre par rapport au corps de la lunette. En établissant la coïncidence du fil mobile avec un fil fixe, on trouve des valeurs différentes, selon que la tête de vis est en haut ou en bas. La lunette étant horizontale, soient c_h et c_b les valeurs respectives de ces coïncidences rapportées au zéro du micromètre. Posons :

$$c_h - c_b = \delta,$$

et appelons f^0 le coefficient de sin z qui est indépendant de la chute du micromètre. Imaginons qu'on ait observé les collimateurs avec le fil fixe, et soient $\mathfrak{L}_s$ et $\mathfrak{L}_n$ les lectures correspondantes du cercle. Dans la position directe on a :

$$N_o = \mathfrak{L}_n + c_b, \qquad S_o = \mathfrak{L}_s + c_h;$$

d'où

$$f_d^{\,o} = f_d + \frac{c_h - c_b}{2} = f_d + \frac{1}{2}\delta.$$

On déterminerait de même $f_i^{\,o}$.

CHAPITRE III

ERREURS PROVENANT DES VIS MICROMÉTRIQUES

151. **Erreurs des vis.** — Les vis micrométriques des instruments méridiens jouent, ainsi que nous l'avons vu, un rôle capital dans les déterminations de passage et de hauteur; elles doivent donc être travaillées avec le plus grand soin et ne pas présenter d'irrégularités dont il y ait lieu de tenir compte dans les observations. Il est de toute nécessité de s'assurer de temps en temps que cette condition est remplie, l'usage constant d'une vis pouvant produire des défauts qui n'existaient pas primitivement : usure irrégulière des filets, torsion de l'axe, etc.

Les erreurs systématiques qui peuvent affecter une vis micrométrique sont de deux sortes : 1° les différences des ordonnées m_1m, m_2m_1, m_3m_2,... (fig. 156) correspondant à deux spires consécutives n'ont pas la même valeur; il en résulte qu'un tour entier de la vis correspond à des déplacements linéaires différents du fil micrométrique, l'erreur affecte chaque nombre de tours entiers du tambour : ce sont les *inégalités* du pas;

2° dans l'étendue d'une spire, les ordonnées μp, $\mu' p'$, ... (fig. 157) ne sont pas proportionnelles aux abscisses curvilignes ap, ap', ..., mais les irrégularités $m\mu$, $m'\mu'$, ... qui dépendent du nombre de parties indiquées par le tambour, se reproduisent périodiquement à chaque spire ;

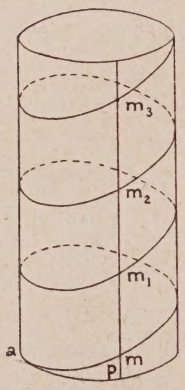


Fig. 156.

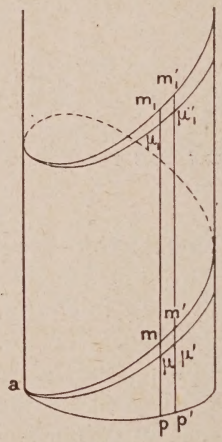


Fig. 157.

ainsi $m\mu$ est égal à $m_1\mu_1$: ce sont les *inégalités* ou *erreurs périodiques* du tour.

Soient v la vraie valeur angulaire correspondant à un déplacement donné du fil micrométrique, k la valeur du tour de la vis (en secondes d'arc, par exemple), n et p les nombres de tours et de parties indiquées par les tambours des tours et des parties ; on a :

$$v = (n + p)\,k + \varepsilon_n + \eta_p,$$

ε_n et η_p désignant deux corrections, la première rela-

tive à l'irrégularité du pas, la seconde à l'erreur périodique du tour. Cette dernière correction peut s'exprimer par une fonction périodique de la lecture p faite sur le tambour, en sorte que l'on a :

$$v_n = (n + p)\,k + \varepsilon_n + \Sigma\,(a_i \cos ip + b_i \sin ip).$$

En général, la série est rapidement convergente, et il n'y a lieu de garder que les deux premiers termes correspondant à i égal à 1.

152. **Détermination des erreurs d'une vis.** — Il existe différentes méthodes pour étudier les vis micrométriques. Nous nous bornerons à indiquer l'un des procédés les plus pratiques, qui consiste à combiner les pointés sur une mire avec la lecture d'un cercle.

Pour déterminer ε_n, on pointera la mire avec le fil mobile placé par 0^t en déplaçant la lunette à l'aide de la vis de rappel (petits mouvements), puis on lira le cercle. On placera le fil mobile par 1^t et on répétera l'opération. On agira de la même façon de 0^t à 2^t, de 0^t à 3^t, etc.; on obtiendra ainsi les erreurs successives des tours. On procédera d'une façon analogue, mais par parties de tour, pour avoir les erreurs périodiques. On déplacera le tambour de 0 à 10^p, de 0 à 20^p, ... par exemple; les différences des angles mesurés par le tambour et par le cercle donneront des valeurs η_1, η_2, ... que l'on égalera à $(a \cos p + b \sin p)$ en faisant successivement p égal à

$$360 \times \frac{10}{60}, \qquad 360 \times \frac{20}{60}, \ldots$$

le tambour étant supposé divisé en 60 parties. On aura une série d'équations :

$$a \sin 60^\circ + b \cos 60^\circ = r_1,$$
$$a \sin 120^\circ + b \cos 20^\circ = r_2,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

qu'on résoudra par la méthode des moindres carrés. Nous signalerons un ingénieux dispositif de M. Gill[1] que le savant astronome a employé au Cap et qui permet d'étudier facilement les irrégularités des vis. Nous citerons encore l'application faite par M. Hamy[2] des franges d'interférence à l'étude des micromètres. En général, dans les observations méridiennes, on ne fait usage que de la partie moyenne de la vis : c'est la seule qu'il y ait lieu d'étudier.

153. **Usure des vis micrométriques.** — La question de l'usure des vis présente un grand intérêt, et il est urgent de savoir si cette usure peut affecter les observations. Il résulte des études de Stone[3] et de M. Gill[4] à l'Observatoire du Cap que les erreurs systématiques qui proviennent de l'usure des vis sont certainement très faibles, mais non négligeables, et qu'il y a lieu de se mettre en garde contre les effets qui peuvent en résulter. Semblable étude a été faite à l'Observatoire de Greenwich[5] en 1884, où l'on a examiné,

[1] Gill, **1**, *Monthly Notices*, vol. XLV, p. 64.

[2] Hamy, **11**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXXVI, p. 1772.

[3] Stone, **3**, *Monthly Notices*, vol. XLV, p. 135.

[4] Gill, **2**, *The Observatory*, vol. VIII, p. 176.

[5] Christie, **2**, *Report of the astronomer royal* (Greenwich observations), 1884, p. 5.

à l'aide de collimateurs, l'effet de l'usure des vis de microscopes ayant servi pendant près de dix ans. Les vis prises individuellement étaient sensiblement modifiées par l'effet de l'usure; mais, à cause de l'action opposée des ressorts des microscopes situés à 180°, la moyenne de chaque couple est affranchie de toute erreur provenant de ce fait.

Le choix du métal joue donc un rôle important dans la construction des vis micrométriques. En 1886, M. Gill[1] a fait substituer dans les microscopes des vis en acier aux vis en bronze.

Pour diminuer l'usure des vis résultant du frottement dans l'écrou, on doit de temps en temps renouveler l'huile. M. Knorre[2], dans ses recherches sur l'emploi des vis micrométriques, est arrivé à des conclusions intéressantes et qui mettent bien en évidence le soin que l'astronome doit apporter à l'examen d'opérations qui, au premier abord, paraissent insignifiantes. Quoique ces conclusions s'appliquent surtout aux micromètres des équatoriaux, il est peut-être bon de les signaler. La couche d'huile s'étend d'une façon variable suivant la manière dont on agit sur la vis. On devrait, pour effectuer les pointés, tourner les vis dans le même sens, celui qui favorise le rapprochement des surfaces que la pesanteur et les ressorts tendent à mettre en contact. En tournant en sens inverse, il y a un appel du liquide lubrifiant, ce qui peut nuire à la précision. La couche d'huile doit être aussi peu épaisse que possible. M. Maw[3] s'est occupé aussi de la question de

[1] Gill, *Monthly Notices*, vol. XLVI, p. 221.
[2] Knorre, *Astr. Nach.*, vol. CXXV, col. 321.
[3] Maw, *The Observatory*, vol. XXII, p. 88.

l'usure des vis : il pense qu'on pourrait en affaiblir l'effet en renversant à la fois le sens de la vis et de l'écrou. Il y aurait avantage, au point de vue de la régularité du jeu de la vis, à ce que les écrous fussent plus longs.

CHAPITRE IV

ÉQUATIONS PERSONNELLES

154. **Définition de l'équation personnelle.** — Dans les différents modes de mesure que nous avons exposés, une certaine latitude d'appréciation est souvent laissée à l'observateur : estime du dixième de seconde correspondant aux passages d'un astre derrière les fils d'un micromètre, pointé de déclinaison entre deux fils horizontaux, signal donné au moment où un point mobile est en coïncidence avec un fil, bissection d'un astre ayant un diamètre apparent, etc. Il résulte de là des différences parfois assez considérables, au moins relativement, entre les résultats obtenus par différents observateurs, même très exercés. C'est ainsi que d'habiles astronomes diffèrent notablement dans leur manière d'observer les bords du Soleil ou de la Lune. Dunkin[1], qui a effectué un relevé des observations du Soleil faites à l'Observatoire de Greenwich pendant une période de dix-huit ans (1864-1881), et qui a groupé ces observations par années et par obser-

[1] Dunkin, **1**, **2** et **3**, *Monthly Notices*, vol. XXIX, p. 259; vol. XXXV, p. 91; vol. XLIV, p. 1.

vateurs, a pu montrer l'influence très sensible, sur la moyenne des résultats, de l'introduction de nouveaux observateurs. En rapportant tous les résultats à ceux obtenus par l'un des observateurs, M. Criswick, qui n'a pas cessé d'observer pendant cette longue période, on a une série de comparaisons entre l'observateur-type et les autres observateurs, et par suite entre deux observateurs quelconques. Les différences atteignent jusqu'à 1″. Cet exemple, sur lequel nous aurons à revenir, suffit pour montrer, dans un cas particulier, ce qu'on entend par *équation personnelle d'appréciation*.

Un fait bien simple permet d'ailleurs de se rendre compte de ce qu'est l'équation personnelle. Considérons une règle AB (fig. 158) et, à l'œil, sans appareil de

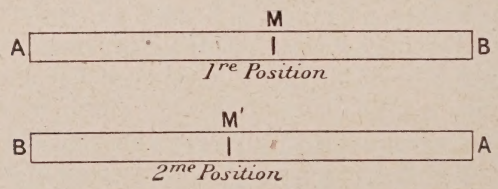


Fig. 158.

mesure, marquons son milieu M. Retournons la règle sur elle-même, la face inférieure devenant supérieure, de manière à ne plus voir le point M. Traçons de nouveau, toujours sans appareil de mesure, le milieu M′. Il sera facile de constater par comparaison que, généralement, les deux points M et M′ ne coïncident pas, qu'ils sont à une certaine distance d l'un de l'autre. Sur une règle identique, faisons répéter l'expérience par un autre

observateur; la distance d' des deux points milieux estimés sera, en général, différente de d. Afin de bien montrer ce qu'on doit entendre par équation personnelle, nous citerons encore une expérience du même genre faite par M. Wolf[1] : deux points P, P (fig. 159)

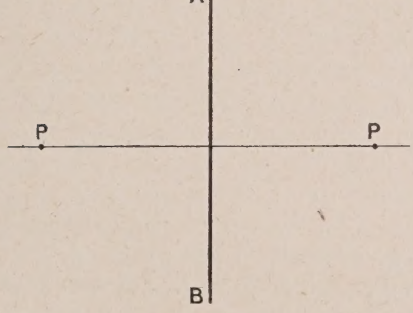


Fig. 159.

sont marqués exactement à égale distance de part et d'autre d'une droite AB; certains observateurs jugeront le point de gauche plus rapproché de la ligne AB, pour d'autres ce sera le point de droite.

La différence d'équation personnelle de deux observateurs ne prouve nullement un manque d'habileté de l'un ou l'autre de ces observateurs. Elle a le plus souvent, toujours devrait-on dire, une cause physiologique, quoique, d'après Chauvenet[2], l'équation personnelle dépende plus d'une habitude vicieuse dans la

[1] Wolf, 2, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires t. VIII, p. 174.

[2] Chauvenet, *Traité d'astronomie*, t. II, p. 192.

manière d'observer que de défauts de nos organes, ouïe ou vue.

L'étude des équations personnelles est extrêmement délicate, et il est impossible, actuellement, de donner des règles précises sur les relations de cause à effet. Les conclusions qu'on peut tirer des expériences faites par un observateur ou par un groupe d'observateurs manquent évidemment de généralité, et la comparaison des résultats obtenus conduit simplement à confirmer l'existence de ce genre d'erreurs, sans rien de plus. Aussi nous bornerons-nous, après avoir indiqué les principales méthodes de détermination des équations personnelles relatives à chaque cas particulier d'appréciation, de donner un nombre suffisant de documents précis qui permettront au lecteur d'avoir un aperçu de l'état de la question et de se rendre compte des détails encore très nombreux qu'il y a lieu d'étudier. Avant d'examiner les différents phénomènes dont l'appréciation peut donner naissance à une équation personnelle, il est important de spécifier ce qu'on entend par *équation personnelle absolue* et par *équation personnelle relative :* la première est la différence entre la position appréciée et la position exacte, la seconde la différence entre les positions appréciées par deux observateurs. Quant au signe à attribuer aux équations personnelles absolues, il serait désirable, pour faciliter les comparaisons et éviter toute ambiguïté, qu'il y eût une règle générale adoptée, ainsi que le dit très justement M. Gonnessiat[1]. Pour MM. Van de Sande Bakhuyzen, Turner, Stroobant, l'équation personnelle est une erreur ;

[1] Gonnessiat, 3, *Bull. astr.*, t. IX, p. 375, note.

pour MM. Wolf, Wislicenus, Gonnessiat, l'équation personnelle est une correction, le mot équation étant pris dans le sens qu'on lui donne en astronomie.

155. **Équation personnelle dans les observations de passages.** — Nous définirons, avec M. Wolf[1], l'équation personnelle dans les observations de passage la partie constante de la correction qu'il y a lieu d'appliquer à l'appréciation faite par un astronome de l'époque des passages d'un astre aux fils horaires d'une lunette méridienne. Si nous appelons Δt cette correction, t_r le temps réel qu'on aurait dû observer, t_0 le temps observé, on a :

$$\Delta t = t_r - t_0.$$

C'est l'astronome Maskelyne qui, le premier, à la fin du XVIII^e^ siècle, a signalé l'existence d'une différence, d'ordre systématique et non accidentel, dans les évaluations de passages faites entre deux observateurs, mais il ne sut pas en discerner la cause. La remarque de Maskelyne fut l'objet d'une étude très complète de cette question par Bessel[2], qui en donna l'explication. Nous n'avons pas à faire ici l'historique de cette question ; nous renvoyons le lecteur à la notice que M. Radau[3] a publiée sur ce sujet et au mémoire plus récent de M. Dreyer[4].

[1] Wolf, **2**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 153.

[2] Bessel, **2**, *Astronomische Beobachtungen*, Abtheilung VIII, 1822, p. VIII.

[3] Radau, **1**, *Moniteur scientifique de Quesneville*, vol. VII, p. 977 ; vol. VIII, p. 97, 155 et 207 ; vol. IX, p. 416.

[4] Dreyer, *Proceedings of the R. Irish. Academy*, 2^e^ série, vol. II, p. 484.

Depuis Bessel, l'étude des lois des erreurs personnelles a été poursuivie par un grand nombre d'astronomes, au premier rang desquels nous devons citer M. Wolf et M. Gonnessiat. Ces deux savants ont fait faire des progrès considérables à la solution de cet important problème d'astronomie pratique, et, dans l'exposé que nous faisons de la question, nombreux sont les documents que nous avons empruntés à leurs remarquables travaux.

Il est utile, au début de cette étude, de se rendre compte de la valeur que peut atteindre l'équation personnelle dans les observations de passages. La différence constatée par Maskelyne, entre lui et son assistant Kinnebrook, varie entre $0^s,0$ et $0^s,8$. Chauvenet[1] cite ce fait qu'en 1814 il n'y avait pas de différence d'appréciation entre Bessel et Struve; en 1821, il y en avait une de $0^s,8$ qui, en 1823, s'élevait à 1 seconde. Ainsi, non seulement l'équation personnelle peut atteindre des valeurs considérables, mais elle est encore variable.

156. **Détermination de l'équation personnelle relative de deux observateurs** (*méthode de l'œil et de l'oreille et méthode chronographique*). — Les méthodes ordinaires d'observation des astres (œil et oreille ou chronographe) permettent de déterminer l'équation relative de deux observateurs par des observations faites dans les conditions ordinaires ou, tout au moins, dans des conditions peu différentes, ce qui est important au point de vue de la valeur des résultats.

[1] Chauvenet, *Traité d'astronomie*, t. II, p. 192.

Imaginons[1] deux observateurs N_1 et N_2 ayant effectué successivement une observation de passages d'une fondamentale aux temps t_1 et t_2, temps que nous supposerons corrigés des erreurs instrumentales. Soient Δn_1 la correction personnelle à l'observateur N_1 et $\mathcal{A}_c$ l'ascension droite calculée de la fondamentale observée. La somme $t_1 + \Delta n_1$ sera l'heure vraie, en temps de la pendule, du passage au méridien ; et, par suite, la correction de la pendule $C_p^{(1)}$ à l'heure t_1 sera :

$$C_p^{(1)} = \mathcal{A}_c - (t_1 + \Delta n_1),$$

et si nous appelons C_1 la différence $\mathcal{A}_c - t_1$,

$$C_p^{(1)} = C_1 - \Delta n_1.$$

Pour le second observateur, on aura, en employant des notations analogues :

$$C_p^{(2)} = C_2 - \Delta n_2.$$

Si la marche de la pendule était nulle, on aurait :

$$C_1 - \Delta n_1 = C_2 - \Delta n_2,$$

et C_1, C_2 étant connus, on déduirait de là la valeur de $\Delta n_2 - \Delta n_1$. Mais en général il n'en sera pas ainsi, et il faudra tenir compte de la marche μ de la pendule. Supposons une troisième fondamentale observée, au temps t_3, après les deux précédentes, par le même astronome qui a observé la première. On aura :

$$C_p^{(3)} = C_3 - \Delta n_1.$$

Si l'on admet que pendant l'intervalle $t_3 - t_1$ des observations extrêmes la correction de pendule ait varié

[1] Le Verrier, 4, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations), t. II, p. xxxviii.

proportionnellement au temps, on obtiendra le mouvement horaire par la relation

$$\mu = \frac{(C_3 - \Delta n_1) - (C_1 - \Delta n_1)}{t_3 - t_1} = \frac{C_3 - C_1}{t_3 - t_1}.$$

Il suit de là que la correction de pendule, qui était $C_1 - \Delta n_1$ à l'époque t_1, est devenue à l'époque t_2 :

$$C_1 - \Delta n_1 + \mu (t_2 - t_1).$$

On a donc l'équation

$$C_1 - \Delta n_1 + \mu (t_2 - t_1) = C_2 - \Delta n_2,$$

d'où

$$\Delta n_2 - \Delta n_1 = C_2 - [C_1 + \mu (t_2 - t_1)].$$

Il va sans dire que, dans l'application de cette méthode, on devra calculer autant que possible chacun des nombres C_1, C_2, C_3 à l'aide, non d'une seule étoile, mais d'un groupe d'étoiles observées par un même observateur; il faut entendre alors que t_1, t_2, t_3 sont les moyennes des heures de passage des fondamentales qui composent chaque groupe, et que pareillement C_1, C_2, C_3, sont les moyennes des valeurs de $\mathcal{O}_c - t$ correspondant aux étoiles de chacun de ces groupes.

Cette méthode peut évidemment s'appliquer à tant d'observateurs qu'on voudra; elle fera connaître les corrections à appliquer aux passages appréciés par $n - 1$ des observateurs pour les ramener à ceux du n^e. Comme la correction de pendule est déterminée avec des étoiles différentes, l'erreur provenant des étoiles elles-mêmes (erreurs de la position calculée, différences d'éclat, de hauteur, etc.) et les irrégularités du mouvement de la pendule font qu'en réalité les observations ne sont pas

faites exactement dans les mêmes conditions, ce qui peut altérer les résultats. Mais une bonne pendule installée dans les conditions que nous avons exposées et un choix judicieux des fondamentales observées permettent de rendre négligeable l'influence des causes énoncées. Il ne faudrait pas appliquer cette méthode en observant les mêmes étoiles à deux instruments différents : le changement de pouvoir optique et les différences dans le bruit des pendules pourraient affecter sensiblement les résultats.

Une méthode aussi très fréquemment employée consiste en ce que les deux observateurs N_1 et N_2 observent les mêmes étoiles au même instrument : pour une première étoile, N_1 observe aux fils qui précèdent le méridien, N_2 aux fils qui suivent; pour une deuxième étoile, c'est N_2 qui observe avant le méridien et N_1 après, et ainsi de suite, toujours en alternant. Les temps observés ramenés au fil idéal (réduction fil à fil) donneront les heures des passages au fil milieu estimées par chaque observateur; les différences prises dans le même sens, $N_1 - N_2$ par exemple, seront des valeurs individuelles de l'équation personnelle relative des deux observateurs. Si les observateurs prennent le soin de n'observer que des astres ayant à peu de chose près la même hauteur, le même éclat (nous donnerons plus loin les raisons de ces restrictions), les résultats obtenus auront une certaine valeur, surtout si la comparaison est faite entre des astronomes exercés, pour lesquels la constance de l'équation personnelle est mieux établie que chez de jeunes observateurs. Afin d'éliminer les petites variations de l'équation et les erreurs accidentelles d'appréciation, de manière à n'obtenir que la partie constante

qui constitue réellement l'équation personnelle, il est important d'observer un grand nombre d'étoiles. Le réticule doit être disposé de façon que la distance entre le dernier fil observé avant le méridien et le premier fil observé après soit assez grande, 30 à 40 secondes, par exemple, afin de permettre au deuxième observateur de remettre l'oculaire à son point. La seule critique qu'on puisse faire à cette méthode, appliquée comme nous venons de le dire, c'est le trouble qui peut résulter de la précipitation avec laquelle le second observateur se substitue au premier. Remarquons qu'il n'est pas nécessaire de réduire les heures de chaque passage au fil idéal : on peut se borner à faire la moyenne de chaque groupe. Enfin l'observateur N_1 peut observer à un groupe de fils symétriques extrêmes, et N_2 au groupe des fils intermédiaires, puis inversement.

Nous signalerons encore un procédé employé à Greenwich et qui permet à deux observateurs de suivre en même temps la même étoile à l'aide d'un oculaire à double vision ou oculaire à deux branches (120°). Un prisme équilatéral situé à la bifurcation renvoie le rayon lumineux à chacun des observateurs, à l'Est et à l'Ouest. Malgré l'identité apparente des conditions où se trouvent les deux observateurs, il est bon qu'ils changent de position. Enfin le même observateur peut, en observant aux deux oculaires, s'assurer que le changement n'introduit pas de variation dans sa manière d'évaluer le passage au fil, fait qui se produit assez fréquemment.

157. **Comparaison de la méthode de Bradley (œil et oreille) et de la méthode chronographique (enregistrement électrique).** — Dans la méthode d'enregistrement électrique, il semble, de prime abord, que l'équation personnelle doit s'annuler ou du moins se réduire à une fraction de seconde excessivement petite. Arago[1] avait jugé qu'on devait apprécier avec plus d'exactitude le moment du contact de l'étoile avec un fil que sa distance à ce fil à la seconde précédant le passage et proposait l'enregistrement à l'aide d'un chronomètre à pointeur. Au moment du contact, l'observateur pressait un ressort et l'aiguille inscrivait elle-même sa position. L'appareil d'Arago était, sans nul doute, appelé à améliorer de beaucoup les observations de passage; mais la simplicité du procédé de Bond[2] devait de toute nécessité faire adopter ce dernier, et préférer l'enregistrement électrique à l'enregistrement mécanique, le procédé d'observation (appréciation du contact avec le fil) étant d'ailleurs identique dans les deux cas.

En réalité, la méthode chronographique, comme celle de Bradley, est soumise à des différences d'appréciation; mais celles-ci sont, en général, moins grandes et plus constantes que dans la méthode œil et oreille. Il est d'ailleurs très facile, pour un même observateur, de comparer les deux procédés, soit par la détermination complète de l'heure, soit par l'observation de la même étoile à des groupes de fils différents, comme nous l'avons exposé (§ 156); mais ici l'observateur ne

[1] Arago, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. XXXVI, p. 276.

[2] Bond, *Report of the British Association*, 1851.

change pas, c'est le procédé d'observation qui est modifié. En opérant de cette façon, M. Hilfiker[1], au Cercle méridien de Neuchâtel, a trouvé en moyenne pour valeur de l'équation personnelle (écarts entre les résultats des deux méthodes) le nombre $0^s,06$. Il résulte d'expériences faites à Greenwich[2] de 1885 à 1894 que, pour l'ensemble des observateurs, la différence entre l'équation chronographique et l'équation œil et oreille est de $+0^s,16$. D'après les nombreux documents qu'on possède aujourd'hui, c'est vers $0^s,8$ qu'il faut fixer la limite des écarts entre les temps des passages obtenus à l'œil et à l'oreille par deux observateurs, tandis que l'écart extrême dans la méthode électrique ne serait que de $0^s,4$. Ce résultat, basé sur de nombreuses déterminations, met bien en évidence la supériorité, au moins en général, de la méthode chronographique. On lira avec intérêt sur ce sujet la note de M. Bryant[3].

158. **Équation personnelle absolue.** — Les méthodes que nous avons exposées donnent les différences d'équation personnelle des observateurs comparés deux à deux ou équations relatives. Les anciens astronomes ne pensaient pas qu'il fût possible, de par la nature même du problème, de déterminer les corrections absolues. On choisissait alors arbitrairement comme terme de comparaison un observateur, dont on supposait nulle l'équation absolue, ou encore on rapportait les différences à la moyenne des observateurs qui s'accordaient à peu près entre eux. L'un et l'autre

[1] Hilfiker, **2**, *Astr. Nach.*, vol. CXVIII, col. 99.
[2] Safford, **4**, *The astronomical Journal*, vol. XVIII, p. 129.
[3] Bryant, *Monthly Notices*, vol. LVIII, p. 282.

de ces procédés sont à rejeter, car les corrections personnelles absolues ont, on le sait maintenant, un caractère systématique et sont le plus souvent de même signe; l'on ne peut donc admettre qu'elles puissent s'annuler les unes les autres, quel que soit le nombre des observateurs considérés.

La question qui se présente alors naturellement est en quelque sorte double : déterminer les équations personnelles absolues ou les éliminer par un procédé convenable d'observations. C'est d'abord à la solution du premier problème que les astronomes ont appliqué leurs efforts: actuellement, l'emploi des nouveaux micromètres et des chronographes permet de supposer que la solution du second problème est un fait accompli.

Pour déterminer l'équation personnelle absolue, un procédé s'impose : comparer les passages estimés aux temps connus du passage d'un astre artificiel derrière les fils du réticule d'une lunette. De nombreux dispositifs ont été imaginés; une description, même succincte, de ces appareils ne saurait trouver place dans le cadre de cet ouvrage, et nous nous bornerons à en donner la nomenclature en renvoyant le lecteur aux sources originales.

GERLING. Die Längen-Unterschiede zwischen Göttingen (Altona), Marburg und Mannheim durch Signale bestimmt, *Astr. Nach.*, vol. XV, nos 351-352, col. 249; 1837. (Appareil à équations relatives, méthode de Gauss.)

PRAZMOWSKI. Erreurs personnelles qui affectent les passages des astres, etc., moyen de les éliminer, *Cosmos*, t. IV, p. 545 et 646; 1854.

MITCHEL. On personal equation (Letter to the Astronomer Royal), *Monthly Notices*, vol. XVIII, nº 8, p. 261; 1858.

HIRSCH (A.). Sur les corrections et équations personnelles, *Bulletin de la Société des Sciences naturelles de Neuchâtel*, t. VI, p. 101 et 365; 1862.

PLANTAMOUR et HIRSCH. *Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les Observatoires de Genève et Neuchâtel*, p. 189, Genève, 1864, in-8º.

HARTMANN (J.). Einige Beobachtungen und Bemerkungen über Personaldifferenz, *Astr. Nach.*, vol. LXV, nº 1545, col. 129; 1865.

WOLF (C.). Recherches sur l'équation personnelle dans les observations de passages, *Annales de l'Observatoire impérial de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 153; 1866. (L'appareil est à l'Observatoire de Paris.)

KAISER (F.). Beschreibung der Zeitcollimatoren der Sternwarte in Leiden, *Annalen der Sternwarte*, t. II, p. [19]. Haag, 1870.

HILGARD et SUESS. Sur un appareil pour déterminer les équations personnelles dans les observations du passage des étoiles, disposé pour le service géodésique des Etats-Unis, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXIX, p. 999; Paris, 1874. (L'appareil est conservé au musée de l'Observatoire de Paris, don de M. Hilgard.)

EASTMANN (J.-R.). Personal equation apparatus, *Astronomical and meteorological observations made during the year 1875 at the U. S. naval Observatory*, p. XXI, Washington, 1878.

A personal equation machine, *The sidereal Messenger*, vol. X, nº 3, p. 139; 1891.

Christie (W.-H.-M.). *The personal equation machine by* MM. Troughton *and* Simms. *Greenwich observations made in the year 1899,* Introduction, p. XIII; *Monthly Notices,* vol. XLVIII, n° 1, p. 1, 1887 et p. 4, Results obtained with the personal equation machine, by Turner (H., H.).

Wislicenus (Walter F.). *Untersuchungen über den absoluten persönlichen Fehler bei Durchgangsbeobachtungen,* Leipzig, 1888, in-4°.

Bakhuyzen (H.-G. van de Sande). Beschreibung eines Apparats zur Bestimmung des absoluten persönlichen Fehlers, *Annalen der Sternwarte in Leiden,* t. VII, p. 75; Haag, 1897. Voir aussi Professor Bakhuyzen's Method for the determination of absolute personal equation (signé T. L.), *Monthly Notices,* vol. LI, n° 4, p. 263, 1891.

Gonnessiat (F.). Recherches sur l'équation personnelle, *Travaux de l'Observatoire de Lyon,* publiés par Ch. André, Lyon, Henri Georg, et Paris, Gauthier-Villars, 1892.

Kittel (A.). Beschreibung eines neuen Apparates zur Bestimmung der persönlichen Gleichung, *Astr. Nach.*, vol. CLXI, n° 3858, col. 315; 1903.

Les progrès réalisés dans la construction des appareils, depuis les premiers essais en 1837 jusqu'à nos jours, ont permis aux astronomes d'étudier d'une façon plus complète et sous tous ses aspects la question si complexe des équations personnelles.

159. **Variations de l'équation personnelle avec le temps.** — Nous avons déjà cité des faits mettant en évidence la variabilité de l'équation personnelle, sensible surtout chez les astronomes non exercés. Est-il possible de donner la raison de ce fait ? Nous

admettrons, avec M. Gonnessiat, que l'équation personnelle a pour causes :

Méthode de Bradley :

1° le rythme des battements de l'horloge (*équation rythmique*) ;

2° la persistance de l'impression lumineuse sur la rétine (*équation physiologique*, M. Wolf) ;

3° le défaut de coordination entre deux perceptions différentes (*équation psycho-physiologique*) ;

4° la tendance à fractionner un intervalle d'une façon systématiquement erronée (*équation décimale*, § 169).

Méthode électrique :

1° le défaut de coïncidence apparente entre l'axe du fil et le centre de l'étoile à l'instant où l'observateur donne le contact (*équation de bissection*) ;

2° la persistance de l'impression lumineuse (*équation physiologique*) ;

3° le temps que met l'impression reçue par l'œil à déterminer le jeu des muscles de la main (*équation psycho-physiologique*).

De toutes les parties constituantes de l'équation personnelle, celle qui a son origine dans la durée des transmissions paraît la seule qui ne puisse pas être éliminée par l'éducation; elle forme la partie constante de l'équation personnelle, c'est-à-dire la véritable erreur personnelle, la valeur minima au-dessous de laquelle elle ne peut tomber. Les variations dans l'équation personnelle n'auraient donc d'autre cause qu'un

défaut d'éducation susceptible d'être corrigé d'autant plus aisément que l'observateur est moins exercé. M. Bredichin[1] estime que les équations personnelles absolues doivent être négatives. L'observateur, pour fractionner la seconde compare dans sa mémoire deux quantités hétérogènes. L'une est la distance au fil avant le passage, l'autre est la distance qui le suit. Les premières décroissent, les secondes croissent. Il peut y avoir une persistance d'impression *sui generis* qui nous porte à diminuer la distance avant le passage et à l'augmenter après; le passage est observé ou est évalué avant qu'il ne s'effectue réellement.

L'équation personnelle d'après les recherches de M. Stroobant[2] ne reste pas constante pour un même observateur, tout au moins au début des expériences. M. Stroobant a pu constater que pendant le mois de février 1891 son équation a été notablement inférieure à ce qu'elle était à la fin de janvier et à ce qu'elle est redevenue ensuite. Cependant M. Stroobant croit qu'après deux mois environ d'exercice, l'équation personnelle a une tendance marquée à se rapprocher des valeurs négatives : on est porté à enregistrer les passages de plus en plus tôt.

M. Bakhuyzen[3], à Leyde, a constaté, comme l'avait fait M. Wolf, que l'équation personnelle d'un observateur varie dans le cours d'une série d'observations, variation qu'on doit attribuer à la fatigue. Il y a donc

[1] Bredichin, *Annales de l'Observatoire de Moscou*, vol. II, 2e livraison, p. 69.

[2] Stroobant, **1**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXIII, p. 457.

[3] Picart, *Bull. Astr.*, t. XX, p. 458.

intérêt à ne pas prolonger les observations au delà d'une certaine limite et à commencer les séries à des heures sidérales différentes. Ce sont des conditions dont il est généralement peu tenu compte dans l'organisation des services réguliers d'observation.

Dans les recherches faites par M. Hilfiker, recherches que nous avons signalées (§ 157), la différence d'équation personnelle entre les deux méthodes était $0^s,08$ en 1883 et 1884; elle s'abaisse à $0^s,05$ en 1885 et à $0^s,02$ en 1887. Les variations diurnes sont d'ailleurs beaucoup plus considérables.

Ces exemples que nous ne voulons pas multiplier suffisent à montrer la variabilité de l'équation personnelle et la nécessité de s'assurer assez fréquemment de sa valeur, ce qui exige qu'on puisse employer couramment l'appareil à équation personnelle.

160. **Variations de l'équation personnelle avec le grossissement oculaire.** — Le déplacement apparent d'une étoile en une seconde augmente avec le grossissement employé; il semble donc que l'estime du dixième soit rendue plus facile. D'un autre côté, l'épaisseur apparente des fils du réticule augmente, d'où incertitude sur le trait qui sert de repère.

Bessel[1], le premier, a étudié l'influence du grossissement sur l'équation personnelle et a conclu, de nombreuses expériences faites avec divers grossissements, qu'il est indifférent d'observer un passage au méridien à l'équateur avec un grossissement de 182 fois ou un de 66.

[1] Bessel, 2, *Astronomische Beobachtungen*, Abtheilung VIII, p. VIII.

M. Wolf a étudié cette question en faisant usage de quatre oculaires donnant des grossissements de 34, 43, 77 et 133. Un grossissement trop faible augmentait la correction personnelle, qui diminuait avec un oculaire plus fort, mais la diminution devenait insensible à partir d'une certaine limite. Ces conclusions n'ont rien d'absolu à cause des différences qu'il y a entre l'étoile artificielle, ouverture de mire dont le diamètre augmente avec le grossissement, et une étoile dont le diamètre paraît plutôt diminuer quand le grossissement est plus fort.

M. Gonnessiat, en comparant les résultats obtenus avec deux oculaires grossissant 130 et 250 fois, constate que l'équation personnelle accuse une variation bien marquée, sensiblement la même dans les deux méthodes d'estime. Ces résultats, comme ceux obtenus par M. Wolf, ne doivent d'ailleurs pas être généralisés.

161. **Variations de l'équation personnelle avec la hauteur de l'étoile.** — D'après la remarque de Bessel (§ 160), des étoiles à moins de 20° du pôle se meuvent avec un grossissement de 182 comme des étoiles équatoriales avec un grossissement de 66 ; en d'autres termes, les deux vitesses sont de même ordre. Il résulterait de là que l'influence de la hauteur de l'étoile sur l'équation personnelle pourrait être annulée. Mais ce raisonnement ne tient pas compte du changement de position de l'observateur, qui peut faire varier les conditions de la vision. Les conclusions auxquelles est arrivé M. Wolf, et qui sont consignées dans le Tableau suivant, sont toutes différentes.

DURÉE DU PARCOURS DU 1er AU 5e FIL	CORRECTION PERSONNELLE MOYENNE
$31^s,45$	$+0^s,141$
40, 28	+ 0, 120
53, 08	+ 0, 108
86, 87	+ 0, 091

La vitesse étant proportionnelle à l'inverse de la durée du parcours, on voit que l'équation personnelle diminue quand la vitesse de l'étoile devient plus petite, et le Tableau qui précède met bien en évidence ce que peut être pour un observateur ce changement d'équation. M. Gonnessiat, par contre, constate que son équation personnelle reste sensiblement constante jusqu'à 82 degrés de déclinaison, qu'il s'agisse d'observations faites suivant la méthode de Bradley (œil-oreille) ou suivant la méthode de Bond (enregistrement électrique). L'examen d'observations faites à Greenwich et à Leyde le conduit à cette conclusion, que l'équation personnelle paraît croître, pour certains observateurs, proportionnellement à la durée du parcours entre deux fils, soit à l'inverse de la vitesse. Ces variations auraient pour cause, aux faibles vitesses, une erreur de bissection. D'ailleurs, ces corrections n'ont rien de systématique quant au signe; on pourra donc les considérer comme des erreurs accidentelles lorsqu'on combinera les ascensions droites d'une même étoile obtenues par divers observateurs. Cette remarque est d'une haute importance au point de vue de l'établissement des catalogues de fondamentales.

162. **Variations de l'équation personnelle avec la grandeur stellaire.** — La variation de

l'équation personnelle avec la grandeur stellaire a été depuis quelques années l'objet de nombreuses recherches, et les résultats auxquels on est parvenu ont un caractère de précision tel, qu'on peut en tirer des conclusions importantes au point de vue des coordonnées des étoiles fondamentales. Parmi les propositions présentées à la Conférence internationale de 1896[1], se trouve celle-ci : « Est-il à désirer que les ascensions droites des fondamentales soient corrigées, dans les Ephémérides, de l'effet de l'erreur personnelle due à la grandeur des étoiles, en tant que cet effet a pu être jusqu'ici déterminé ; ou bien est-il préférable de laisser le soin d'appliquer une telle correction aux astronomes qui feront subséquemment usage des résultats ? » Ou bien encore : « Est-il préférable de ne poursuivre aucune entente sur ce point, de telle sorte que la correction dépendant de la grandeur puisse être appliquée dans une Ephéméride, tandis qu'elle serait négligée dans d'autres Ephémérides ? »

En général, on observe les étoiles brillantes trop tôt comparativement aux étoiles faibles, et, d'après M. Gill[2], les erreurs provenant de cette source peuvent s'élever de $0^s,06$ a $0^s,10$. D'après Lœwy[3], l'erreur en question dépendrait de la partie optique de l'instrument, des habitudes prises par l'observateur, des conditions d'observation (jour ou nuit). M. Bakhuyzen[4], qui a étudié cette question tout particulièrement à

[1] Newcomb, *Annales du Bureau des Longitudes*, t. V, p. D. 6.
[2] Gill, *Annales du Bureau des Longitudes*, t. V, p. D. 15.
[3] Lœwy, *Annales du Bureau des Longitudes*, t. V, p. D. 16.
[4] Bakhuyzen, *Annales du Bureau des Longitudes*, t. V, p. D. 16.

l'Observatoire de Leyde, a trouvé que la correction est proportionnelle à la différence de grandeur pour les étoiles de la 4e à la 9e grandeur; la loi est plus complexe pour les étoiles d'un éclat supérieur à la 4e. La comparaison des étoiles de zones observées à Lund et à Leyde indique pour Lund une différence analogue, pour les étoiles de la 6e à la 9e grandeur.

Il est important de rappeler les conclusions de la Conférence sur les propositions de M. Newcomb.

« 1° Vu l'incertitude existant encore sur la *valeur* de la correction des ascensions droites observées qui dépend de la grandeur des étoiles, il est préférable de ne pas l'introduire dans les Ephémérides ;

« 2° Mais, considérant que l'*existence* d'une telle erreur est incontestable, la Conférence recommande aux observatoires qui s'occuperont de la question de tout ramener à la 4e grandeur ; c'est-à-dire que les étoiles de la grandeur 4 soient regardées comme celles dont les positions observées sont affranchies de toute erreur dépendant de la grandeur. »

De fait, l'influence de la grandeur stellaire sur la valeur de l'équation personnelle avait été déjà soupçonnée par Bessel et constatée par Argelander[1], qui, en comparant le catalogue de Schjellerup (1855) et celui de Santini (1860), avait trouvé une différence systématique croissant de 0s,02 à 0s,08 et à 0s,09 pour les grandeurs 6-8-9. De nombreux observateurs ont depuis mis en évidence l'influence de la grandeur stellaire.

Pour déterminer la valeur de la correction personnelle relative à la grandeur, on peut observer l'étoile

[1] Argelander, *Vierteljahrsschrift der A. G.*, vol. VII, p. 19.

avec tout son éclat à n fils dans une moitié du champ, avec un éclat atténué à n autres fils dans l'autre partie. Pour réduire la grandeur, on peut ou diaphragmer la lunette, ou placer en avant de l'objectif des réseaux de toile métallique; les deux procédés semblent d'ailleurs donner des résultats identiques. M. Holden[1] pense que l'on doit ramener l'illumination du champ à son intensité normale pendant la seconde moitié du passage si l'on veut obtenir des résultats utiles; tel est aussi l'avis de Krueger. Les observations faites par MM. Holden[2], Comstock, Updegraff et miss Lamb ont montré que le temps du passage est, en moyenne, plus fort de $0^s,06$ pour l'étoile affaiblie que pour l'étoile brillante; les réseaux employés diminuaient les grandeurs de deux classes et les passages étaient enregistrés électriquement. De son côté, M. Gonnessiat[3] se servait de réseaux réduisant les grandeurs de 2,5-4,5 et 6,5 unités et observait à l'œil et à l'oreille. La réduction du passage d'une étoile de 1re grandeur à celui d'une sixième est de $0^s,07$, à celui d'une 2e $0^s,05$, etc.; pour une $7^e,5$, la réduction change de signe et devient $0^s,01$. M. Küstner[4], à Berlin, a fait des expériences à l'aide de diaphragmes, afin de déterminer le rapport qui existe entre la grandeur stellaire et l'équation personnelle des passages : en affaiblissant de cinq grandeurs, cet astronome a trouvé un retard de $0^s,016$, ce qui donnerait approxi-

[1] Holden, **5**, *Astr. Nach.*, vol. CXIII, col. 17.

[2] Holden, **6**, *Publications of the Washburn Observatory*, t. IV, p. 48 et 49.

[3] Gonnessiat, **1**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CVII, p. 647.

[4] Kustner, **2**, *Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft*, vol. XXII, p. 77.

mativement un retard de $0^s,003$ par unité de grandeur. A Greenwich[1], pour déterminer la variation d'équation personnelle avec la grandeur stellaire, on place devant l'objectif un écran de gaze, une partie du passage étant observée à ouverture libre, l'autre avec l'écran comme nous l'avons dit plus haut, et en renversant l'ordre d'une étoile à l'autre. Il semblerait que les observateurs aient une tendance à observer tardivement quand l'objectif est couvert d'un écran, et que le retard s'accentue avec les étoiles faibles. M. Hinks[2], en comparant les ascensions droites de catalogues de Cambridge et de Berlin, a trouvé une différence moyenne de $0^s,07$ provenant, ainsi qu'on l'a vérifié, des grandeurs des étoiles. D'après M. Newcomb[3], l'équation personnelle de grandeur est la même, qu'on observe à l'œil et à l'oreille ou au chronographe; il l'évalue à $0^s,01$ par unité de grandeur, c'est-à-dire à une valeur triple de celle de M. Küstner. M. Hedrick[4] arrive à la même conclusion par la comparaison de plusieurs catalogues : l'étoile brillante est observée plus tôt par l'œil qu'une étoile faible, la différence est de $0^s,01$ par unité de variation dans la grandeur. Ce résultat confirme les observations de M. Tucker[5] faites en alternant les séries, l'une avec écran, l'autre sans, et ainsi de suite, en changeant chaque soir la façon d'observer.

Un fait aussi difficile à analyser que celui qui nous occupe devait nécessairement donner lieu à des opi-

[1] Christie, 5, *Monthly Notices*, vol. LI, p. 455.
[2] Hinks, *Monthly Notices*, vol. LVII, p. 473.
[3] Newcomb, 5, *The astronomical Journal*, vol. XVI, p. 65.
[4] Hedrick, *The astronomical Journal*, vol. XVI, p. 196.
[5] Tucker, *The astronomical Journal*, vol. XVI, p. 179.

nions très contradictoires. Les expériences de M. Wolf[1] l'avaient conduit à conclure que l'éclat de l'étoile ne paraît pas influer d'une manière sensible sur la valeur de la correction personnelle. C'est aussi une des premières manières de voir de M. Boss[2], qui ne croit pas que l'erreur de grandeur doive influencer beaucoup les passages observés par la méthode de Bradley. M. Bauschinger[3] a conclu de ses observations, faites avec des écrans, que les passages estimés à l'œil et à l'oreille ne semblent pas indiquer de variations de l'équation personnelle avec la grandeur stellaire; mais la discussion de ces mêmes observations par Safford[4] prouve que pour M. Bauschinger les étoiles relativement faibles sont observées plus tôt que les belles étoiles. Pour M. Küstner l'influence de la grandeur est très faible.

Les progrès de la photographie stellaire ont permis de traiter le problème différemment, en comparant les passages estimés aux mesures effectuées sur les plaques photographiques. M. Turner[5], le promoteur de cette méthode, préfère l'emploi des clichés à celui des écrans. Nous avons dit que les étoiles brillantes sont observées en avance : la différence atteint à Cambridge, d'après la discussion de M. Turner, la valeur $0^s,02$ pour les étoiles de 8^e grandeur, différence qui croît rapidement pour les étoiles plus faibles, alors que la méthode des écrans

[1] Wolf, **2**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 172.

[2] Boss, **4**, *The astronomical Journal*, vol. XVIII, p. 113.

[3] Bauschinger, **2**, *Nouvelles Annales de l'Observatoire de Munich*, t. II, § 8, p. xxv.

[4] Safford, **5**, *The astronomical Journal*, vol. XIX, p. 13.

[5] Turner, **7**, *Monthly Notices*, vol. LX, p. 3.

n'avait donné pour ces étoiles que $0^s,01$. M. Thackeray [1] est aussi d'avis que la méthode de M. Turner est supérieure à celle des écrans; elle a d'ailleurs permis de constater que le retard dans l'appréciation diminue pour les étoiles faibles et n'est pas constant à partir d'une certaine limite, comme on l'avait conclu par l'emploi de la méthode des écrans.

Le principe de la variation de l'équation personnelle avec la grandeur des étoiles une fois admis, les astronomes ont cherché à représenter cette variation par une fonction simple de la grandeur. M. Battermann [2] adopte, pour la réduction de l'observation d'une étoile de grandeur m à celle d'une étoile de 4^e grandeur, la formule

$$\text{R. à } 4,0 = -0^s,011\,(m-4,0) - 0^s,0012\,(m-4,0)^2;$$

on remarquera que le terme du premier degré a pour coefficient $0^s,011$, voisin des valeurs adoptées par MM. Newcomb, Tucker et Hedrick, et que, de plus, le terme carré n'est pas négligeable; à partir de la 7^e grandeur, il atteint déjà la valeur $0^s,01$ et s'élève à $0^s,06$ pour la 11^e grandeur. M. Lagrula [3], en comparant les ascensions droites du catalogue des Pléiades de M. Wolf, observations différentielles effectuées par passages, aux mesures photographiques de M. Jacoby, a été conduit à la correction systématique :

$$\text{Réduction à } 3,0 = -0^s,011\,(m-3,0);$$

[1] Thackeray, 4, *The Observatory*, vol. XXIII, p. 61.

[2] Battermann, *Beobachtungs-Ergebnisse der K. Sternwarte zu Berlin.*

[3] Lagrula, *Bull. astr.*, t. XVI, p. 102.

la grandeur 3 adoptée est celle de l'étoile η Taureau, la plus belle du groupe. Ce procédé de comparaison des observations de passage des étoiles de certains amas (les Pléiades, Prœsepe, la Chevelure de Bérénice, etc.) avec les mesures micrométriques avait été indiqué par Safford[1], dans son remarquable article sur les diverses formes de l'équation personnelle. Les résultats obtenus par M. Lagrula sont venus confirmer les vues du savant astronome.

M. Boss[2], par la discussion d'observations d'Albany (1879 à 1882), adopte la formule

$$\text{Réduction à } 4{,}0 = -0^{s},013\ (m - 4{,}0),$$

et fait remarquer que l'équation de grandeur joue un rôle important dans les observations, étant du même ordre de grandeur que l'erreur probable du passage à un fil qui ne dépasse pas $\pm 0^{s},04$ pour un observateur exercé (enregistrement électrique).

Pour les ascensions droites du catalogue de 627 étoiles fondamentales, M. Boss[3] propose la correction suivante pour les étoiles jusqu'à la 7^{e} grandeur :

$$\text{Réduction à } 3{,}5 = -0^{s},0077\ (m - 3{,}5),$$

formule dont il a été tenu compte dans les réductions du catalogue d'Albany. De la discussion des observations du catalogue, M. Boss a conclu que l'équation de grandeur est la même dans la méthode œil et oreille que dans la méthode chronographique ; la différence,

[1] Safford, **2**, *Monthly Notices*, vol. LVII, p. 504.

[2] Boss, **5** et **6**, *The astronomical Journal*, vol. XXII, p. 101 et 135.

[3] Boss, **7**, *The astronomical Journal*, vol. XXIII, p. 83.

s'il y en a une, serait plutôt en faveur de la méthode de Bradley. M. Boss recommande l'emploi d'un réseau produisant une absorption de 2,5 grandeurs dans toutes les recherches de précision où interviennent les ascensions droites des fondamentales.

Les résultats que nous venons de donner confirment, en somme, en la précisant, la loi établie par M. Gonnessiat[1] : « Les variations de l'équation personnelle relatives à la grandeur des étoiles sont de même sens et sensiblement de même ordre pour tous les observateurs. » Cette loi avait déjà été confirmée par les observations chronographiques faites à l'Observatoire de Greenwich[2]. M. Boss conclut, nous venons de le voir, à l'identité des deux méthodes. M. Gonnessiat pense que, pour les belles étoiles, la méthode électrique est moins sensible que la méthode auditive à la cause de variation de grandeur; l'inverse a lieu pour les étoiles faibles.

L'emploi de réseaux-diaphragmes permet d'éliminer, au moins en partie, l'influence de la grandeur des étoiles dans l'évaluation des passages. Dans une série d'observations de positions d'étoiles de la 5e à la 10e grandeur faites par M. Küstner[3] et M. Mönnichmeyer, au Cercle méridien de Repsold, à Bonn, ce procédé d'élimination a été employé avec succès. M. Flint[4], à l'Observatoire Washburn, a fait usage d'un écran formé

[1] Gonnessiat, 6, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, t. II, p. 84.

[2] Christie, 5, *Monthly Notices*, vol. LI, p. 455.

[3] Kustner, 4, *Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft*, vol. XXX, p. 146.

[4] Flint, *The astronomical Journal*, vol. XX, p. 110.

de plaques d'ardoise disposées comme les lames d'une jalousie; l'inclinaison des lames est réglée par un cordon de transmission placé à portée de l'observateur. Ce procédé, imaginé par M. Comstock, est pratique, et les résultats obtenus par M. Flint ont été satisfaisants. Les observations de Krueger[1], à Helsingfors, ne montrent aucune influence de la grandeur, l'observateur ayant pris soin de faire varier l'éclairement du champ en même temps que l'éclat stellaire de manière à compenser la variation d'éclat. La discussion des matériaux réunis au sujet de la dernière opposition de la planète (433) Eros a permis à M. Cohn[2] d'étudier les lois de l'équation de grandeur. L'élimination de cette cause d'erreur, et ceci s'applique à toutes les formes de l'équation personnelle, s'impose de toute nécessité. De tous les procédés qu'on peut employer, le seul remplissant à peu près exactement toutes les conditions de sécurité est l'usage du micromètre auto-enregistreur, cet appareil ne laissant en effet subsister que l'incertitude d'un pointé de distance polaire, incertitude faible et pour ainsi dire nulle quand les observations sont faites dans de bonnes conditions. Cette manière de voir est d'ailleurs pleinement justifiée par les récentes expériences de MM. Gill et Hough[3] au Cap.

163. **Variations de l'équation personnelle avec le sens du mouvement apparent.** — Le plus grand nombre des observations, dans nos régions,

[1] Krueger, 2, *Astr. Nach.*, vol. CXIII, col. 17.
[2] Cohn, 2, *Astr. Nach.*, vol. CLXV, col. 245.
[3] Gill, 4, et Hough, 2, *Monthly Notices*, vol. LXVII, p. 366.

se font au Sud du zénith. L'image de l'étoile se meut de la droite à la gauche; nous considérerons ce mouvement comme mouvement direct et nous le désignerons par la lettre D. Le déplacement en sens inverse, de gauche à droite, que nous désignerons par la lettre I, ne se produit que pour les culminations qui ont lieu entre le zénith et le pôle, par suite du changement de position de l'observateur. M. Wolf[1], un des premiers, s'est occupé de l'influence que peut avoir sur l'équation personnelle le sens du déplacement apparent de l'astre, équation dont Safford[2] attribue la découverte à M. Gill. Pour cette étude il a fait usage, avec son appareil à équation personnelle, d'un prisme à réflexion totale, fixé à charnière devant l'oculaire, et dont la face réfléchissante était verticale et inclinée à 45° sur l'axe de la lunette. Si l'on observe en écartant le prisme pendant le passage direct de l'étoile artificielle, et qu'on l'applique pour observer le retour de l'étoile, celle-ci paraît toujours se mouvoir de droite à gauche. Le savant astronome de l'Observatoire de Paris a trouvé pour la vitesse équatoriale, avec un grossissement 77, la valeur

$$I - D = +0^s,04 \qquad (\text{pour } \textcircled{D} = 0^o)$$

basée sur 22 séries. Ce résultat revient à ce fait que l'intervalle de droite paraît plus grand que l'intervalle de gauche, erreur d'appréciation facile à constater et que nous avons signalée au § 154.

M. Gonnessiat[3], avec son appareil, trouve que l'erreur

[1] Wolf, **2**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 172.

[2] Safford, **2**, *Monthly Notices*, vol. LVII, p. 504.

[3] Gonnessiat, **6**, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, t. II, p. 68.

en question est de l'ordre des erreurs accidentelles dans la méthode électrique, mais que, dans la méthode auditive, il y a un écart systématique nettement accusé. Des observations faites sur le ciel, il résulte que les temps observés sont plus faibles dans le sens I que dans le sens D. Pour les circompolaires où cette correction joue un grand rôle, puisque le sens du mouvement change suivant qu'on observe la culmination ou le passage inférieur, M. Gonnessiat trouve :

pour $\mathfrak{D} = 82°$ $\quad$ $I - D = +0^s,03$,

pour $84° < \mathfrak{D} < 90°$ $\quad$ $I - D = +0^s,00$;

de $\mathfrak{D} = 0°$ à $\mathfrak{D} = 78°$, la valeur serait $+0^s,05$. A Greenwich[1], un seul observateur sur cinq a son équation affectée en moyenne de $-0^s,05$ (enregistrement électrique). Les observations de circompolaires avec un prisme à réversion ne donnent aucun écart[1]. A Leyde, où l'on observait par la méthode de Bradley, le sens du mouvement apparent n'a pas d'influence. L'étude faite par M. Löw[2] le conduit à admettre que l'erreur personnelle varie avec le sens du mouvement de l'étoile.

On peut, pour éviter l'influence du sens du mouvement de l'astre sur la détermination des passages, employer, comme le propose Safford, un prisme à réversion. Les observations faites à Greenwich[3] avec ce prisme ont montré l'existence d'une petite erreur per-

[1] Christie, **3**, *Greenwich Observations*, 1887, Introduction, p. c; et **4**, 1888, Introduction, p. c.

[2] Löw, *Astr. Nach.*, vol. CXXI, col. 307.

[3] *Greenwich Observatory, Monthly Notices*, vol. XLV, p. 219; vol. XLVI, p. 204; vol. XLVII, p. 148.

sonnelle pour quelques observateurs; la détermination en semble assez délicate.

Pour conclure, nous ne croyons pas que l'équation personnelle résultant du sens du mouvement ait un autre caractère que celui d'une erreur accidentelle; on peut du moins affirmer que les résultats obtenus jusqu'ici ne permettent pas de conclure différemment, au moins pour le plus grand nombre des observateurs.

164. **Variations de l'équation personnelle corrélatives de l'éclairement du champ.** — M. Gonnessiat [1], le premier, a signalé la variation de l'équation personnelle de la nuit au jour : les passages observés le jour (méthode chronographique) exigent en général une correction de $+0^s,06$ pour être comparables à ceux qui ont lieu la nuit lorsque le champ est éclairé artificiellement. Ce résultat conduit naturellement à rechercher les variations de l'équation personnelle pour des étoiles d'un ordre de grandeur déterminé lorsqu'on fait varier l'éclairage. La recherche faite sur des étoiles de 6^e grandeur a conduit à cette conclusion que dans la méthode électrique la variation est nulle et qu'elle atteint la valeur $+0^s,03$ dans la méthode auditive. Cette valeur est faible, mais on peut en éliminer l'effet en ramenant, par des écrans, les grandeurs apparentes à être comprises entre la 5^e et la 7^e grandeur et en réglant dans ces limites l'éclairement du champ suivant la grandeur. D'après les expériences faites par M. Stroobant [2] avec

[1] Gonnessiat, **6**, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, t. II, p. 70 et 85.

[2] Stroobant, **1**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXIII, p. 457.

l'appareil de M. Wolf, l'éclairement du champ n'aurait pas d'influence sur l'équation personnelle.

Ces résultats, on doit le répéter, sont en somme quelque peu douteux et ont un caractère absolument personnel. Aussi dans les réductions du catalogue d'Albany, M. L. Boss n'a-t-il fait aucune distinction entre les observations de jour et les observations de nuit.

165. **Influence de la position de l'observateur sur la valeur des équations personnelles.** — Nous avons dit que l'emploi de l'oculaire à double direction, employé à Greenwich en 1852, avait mis en évidence, d'après M. Wolf[1], des équations personnelles qui paraissaient uniquement imputables à la position de l'observateur. L'emploi du prisme à charnière adapté devant l'oculaire de la lunette a permis à M. Wolf d'établir la constance de sa correction personnelle, quelle que fût la position de la tête et quel que fût le diamètre de la rétine parcouru par l'image de l'étoile. La différence pour une observation zénithale et une observation à l'horizon était absolument insignifiante, $0^s,012$.

M. Gonnessiat[2] a repris cette étude avec son appareil, en faisant usage de deux prismes à réflexion : l'un donnant une déviation de 90°, l'autre de 45°. L'observateur pouvait prendre sur le banc d'observation la même position que dans les observations sur le ciel. On a ainsi pu viser au zénith (z), à 45° au-dessus de

[1] Wolf, **2**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 179, note (*).

[2] Gonnessiat, **6**, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, t. II, p. 74.

l'horizon ($+45^\circ$), à l'horizon (h), à 45° au-dessous (-45°), au nadir (n). Les résultats sont donnés dans le Tableau suivant :

ÉQUATION PERSONNELLE CORRESPONDANT A	MÉTHODE BRADLEY	MÉTHODE ÉLECTRIQUE
$+45^\circ - h$	$-0^s,018$	$-0^s,010$
$z - h$	$-0,024$	$-0,007$
$-45^\circ - h$	$-0,010$	$-0,011$
$n - h$	$-0,019$	$-0,013$

On peut conclure de là, comme pour les expériences de M. Wolf, que l'influence de la position de l'observateur est négligeable, conclusion qui a été confirmée par des observations faites à Leyde.

M. Battermann[1] est arrivé, de son côté, à des résultats très intéressants relativement à la position de l'observateur, pieds au Sud (s) ou pieds au Nord (n) :

Étoiles zénithales, observées chacune en s et en n,

$$s - n = +0^s,011;$$

mais, si l'on tient compte de la position de l'étoile, distance zénithale Sud ou Nord, on a :

Étoiles culminant au Sud du zénith	Étoiles culminant au Nord du zénith
$s - n = +0^s,001$	$s - n = +0^s,029$

et c'est au voisinage du zénith que se produit brusquement le changement. Les choses se passent comme si les étoiles qui culminent au Nord du zénith, observées dans la position n à laquelle on est moins accoutumé, paraissent atteindre les fils $0^s,03$ plus tard.

[1] Battermann, *Beobachtungs-Ergebnisse der K. Sternwarte zu Berlin, heft* n° 8, 1899.

Il serait intéressant aussi d'étudier l'influence que peut avoir le changement d'œil; les résultats permettraient de conclure à l'identité ou à la non-identité de vision avec l'un ou l'autre œil.

166. **Effet de l'éducation de l'observateur sur la valeur de l'équation personnelle.** — Les anciens astronomes considéraient l'équation personnelle comme un fait physiologique simple; ils n'avaient pas analysé, comme on l'a fait depuis, les causes nombreuses qui, par leur ensemble, constituent l'erreur d'appréciation d'un passage. Il était naturel que, prévenus de la possibilité de commettre une erreur, ils eussent cherché par l'éducation à rendre cette erreur la plus petite possible. Cette question se rattache naturellement à celle que nous avons déjà traitée de la variation de l'équation personnelle avec le temps et sur laquelle nous croyons devoir revenir.

Nous avons exposé le procédé employé autrefois à l'Observatoire de Paris pour déterminer la différence d'équation personnelle d'un observateur par rapport à celle, considérée comme nulle, de l'ensemble des autres observateurs. Les résultats obtenus n'ont plus, à l'heure actuelle, une grande valeur scientifique, étant donnés les progrès réalisés dans l'étude de cette question; mais il est toujours intéressant de se rendre compte des étapes parcourues. La variation de l'équation personnelle a été étudiée par Le Verrier[1] et V. Puiseux. Les valeurs

[1] Le Verrier, 4, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations), t. II, p. XLI.

calculées par périodes annuelles de 1837 à 1853 nous donnent les résultats suivants :

OBSERVATEURS	LIMITES	L'ÉQUATION PERSONNELLE RELATIVE OSCILLE ENTRE	REMARQUES
—	—	—	—
Bouvard. .	1837 à 1846	$0^s,00$ et $+0^s,06$	oscillations sans loi apparente.
Laugier . .	1837 à 1840	$-0,01$ et $-0,10$	*id.*
	1841 à 1853	$-0,13$ et $-0,15$	très stable.
Mauvais. .	1837 à 1843	0,00	fixe.
	1844 à 1850	$+0,01$ et $+0,07$	croît régulièrt.
	1851 à 1853	$+0,09$ et $+0,16$	*id.*
Goujon . .	1841 à 1842	$-0,19$ et $-0,38$	
	1843 à 1853	$-0,50$ et $-0,65$	
Villarceau.	1845 à 1853	$-0,00$ et $-0,04$	varie régulièrt.

Ces équations personnelles ont été déterminées uniquement à l'aide d'étoiles équatoriales et, comme le fait remarquer très judicieusement V. Puiseux, elles ne doivent sans doute pas conserver les mêmes valeurs pour des astres d'une déclinaison considérable; mais les tentatives faites pour reconnaître la loi de variation avec la hauteur furent vaines. On admit alors que l'équation personnelle était indépendante de la hauteur de l'astre observé. La suite de cette étude a conduit Le Verrier à constater un cas très intéressant de variation d'équation personnelle. L'observateur Thirion a pour équation personnelle, à son début à l'Observatoire en 1857, la valeur $-0^s,13$ (observations de févr. 13 à juin 24); brusquement cette valeur change et s'élève à $-0^s,63$ (juin 25 à sept. 6), puis à $-0^s,82$ (sept. 8 à déc. 18), alors que, bien entendu, les équations personnelles relatives des autres observateurs, Villarceau, Lépissier, Besse-Bergier et Folain, restent constantes.

Est-il possible par l'éducation de ramener l'équation

personnelle à une valeur minima? M. Wolf[1], prévenu par les essais faits à son appareil de la valeur de son équation personnelle, la ramène en très peu de temps de $0^s,30$ à $0^s,11$; aussi le savant astronome conclut-il qu'il serait du plus grand intérêt que l'usage s'introduisît, dans les observatoires, de ne pas abandonner au hasard l'éducation des observateurs. Les fortes équations personnelles ne seraient que le résultat d'une éducation incomplète. Mais cette affirmation est contredite par les expériences faites par M. Gonnessiat[2], qui lui permettent de conclure que la connaissance de son équation personnelle n'a en rien modifié son mode d'estime et que, quoique forte, son équation est bien fixée. Du reste, la méthode d'observation à l'œil et à l'oreille est de moins en moins employée, et il est démontré que dans la méthode électrique les variations de l'équation personnelle avec le temps sont bien plus faibles; la question qui nous occupe sera donc avant peu sans autre intérêt qu'un intérêt historique.

167. **Équation personnelle dans les observations des bords d'un astre ayant un diamètre sensible, Soleil, Lune, planètes** (☿, ♀, ♂, ♃, ♄, ♅). — Nous avons cité (§ 154) la valeur considérable que peut atteindre l'équation personnelle dans les observations des bords du Soleil. Si cette équation était la même pour les deux bords, elle n'affecterait pas la détermination de la valeur du diamètre et se réduirait à une erreur constante pour la position du centre, erreur probablement du même ordre de

[1] Wolf, 2, *Annales de l'Observatoire de Paris*, t. VIII, p. 188.
[2] Gonnessiat, 6, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, p. 64 et p. 127.

grandeur que l'équation personnelle affectant les observations de simples points lumineux. Il est loin d'en être ainsi. L'observateur se trouve dans des conditions bien différentes de celles des observations stellaires, l'estime devant se faire, non sur un point, mais sur la partie du disque qui doit devenir le point de tangence du bord de l'astre et des fils, dans le déplacement de l'objet à travers le champ de l'instrument. En général, les observations des deux bords faites suivant la méthode auditive ne sont pas comparables; l'écart est beaucoup moindre avec les observations chronographiques. Il faut noter, en outre, que les observations de la Lune se font soit de jour, soit de nuit; que pour le Soleil, on doit interposer entre l'œil et l'oculaire des verres colorés suffisamment foncés qui affaiblissent la lumière de l'astre. Ces modifications apportées à la manière ordinaire d'observer peuvent avoir une influence sur l'estime des passages.

M. Auwers[1], en discutant, il y a une vingtaine d'années, les observations faites par Maskelyne et ses assistants (Greenwich, 1765 à 1810), constate que les observations des assistants donnent toutes un diamètre plus fort en hiver, plus faible en été, que celles de Maskelyne. C'est un fait à peu près établi actuellement, que les observateurs non exercés trouvent un trop fort diamètre; après deux années d'observations, la correction diminue pour Maskelyne, puis s'annule pour augmenter ensuite. Il y a plus d'un demi-siècle que cette question préoccupe les astronomes. Charey[2], Maury[3] proposent

[1] Auwers, **2**, *Monthly Notices*, vol. L, p. 226.
[2] Charey, *Monthly Notices*, vol. XIX, p. 337.
[3] Maury, *Observations de Washington*, vol. I, p. [xlix].

de déterminer l'équation relative de divers observateurs par l'observation simultanée sur un écran de l'image de l'astre et des images des fils. Ce procédé, selon M. Wolf[1], appliqué à un astre artificiel au moyen d'un appareil à projections, pourrait être employé pour l'éducation des jeunes astronomes et la comparaison de leurs équations personnelles.

Pendant longtemps, à l'Observatoire de Paris, les heures des passages des bords du Soleil au fil idéal, obtenues par la méthode de Bradley, recevaient des corrections calculées suivant la méthode exposée pour les étoiles, en supposant la moyenne des équations personnelles des divers observateurs égale à zéro. Voici comment on déterminait alors la correction du centre. Soient :

t_1 et t_2 les heures des passages du premier et du second bord conclues de l'observation ;

o_1 et o_2 les corrections à appliquer à chaque bord ;

Δ la durée du passage donnée par l'éphéméride.

L'ascension droite observée du centre a pour expressions :

$$\text{Æ}_{\text{obs}} = t_1 + o_1 + \frac{\Delta}{2}, \qquad \text{Æ}_{\text{obs}} = t_2 + o_2 - \frac{\Delta}{2};$$

d'où, par différence :

$$o_1 - o_2 = t_2 - t_1 - \Delta;$$

c'est la correction du diamètre ou plutôt de la durée de son passage.

[1] Wolf, 2, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 154.

La demi-somme des deux valeurs de l'ascension droite observée donne :

$$AR_{obs} = \frac{1}{2}(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}(o_1 + o_2).$$

Le second terme est la correction qu'il faut appliquer à la moyenne des ascensions droites observées des deux bords : c'est la correction du centre.

La comparaison de l'ascension droite observée avec la valeur donnée par l'éphéméride permet de déterminer les corrections relatives du centre pour deux observateurs. Appelons m et l les valeurs de $\frac{1}{2}(o_1 + o_2)$ relatives à chaque observateur, et t_m, t_l les demi-sommes des heures estimées du passage de chaque bord, $\mathfrak{A}_m$ et $\mathfrak{A}_l$ les ascensions droites calculées répondant à chaque observation. Les corrections de l'éphéméride ont pour expression :

$$t_m + m - \mathfrak{A}_m,$$
$$t_l + l - \mathfrak{A}_l.$$

Regardons l'erreur de l'éphéméride comme constante dans l'intervalle des deux observations ; on a alors :

$$l - m = t_m - t_l - (\mathfrak{A}_m - \mathfrak{A}_l).$$

Pour que ce procédé ait un intérêt pratique, il faut connaître une des deux valeurs l ou m. Si le nombre des observateurs est supérieur à deux, on joindra aux valeurs de $l - m$, $l - n$, ..., une relation arbitraire entre les quantités l, m, n, ... On pourra admettre, par exemple, que la somme $l + m + n$... est nulle, quoique cette hypothèse ne soit pas absolument justifiée.

On pourrait pour le Soleil, ainsi que nous l'avons

dit plus haut, effectuer l'observation des bords par projection; il suffit pour cela de tirer un peu l'oculaire pour obtenir à la fois l'image du Soleil et celle des fils du réticule sur un écran placé à une distance convenable dans un plan perpendiculaire à l'axe optique. On peut alors sur cet écran effectuer l'observation par l'une ou l'autre méthode. Si l'on emploie la méthode de Bradley, divers observateurs peuvent observer simultanément et déterminer ainsi leurs équations personnelles relatives; mais rien ne prouve que les différences obtenues par ce procédé soient les mêmes que celles déduites de l'observation directe sur le ciel.

Le procédé que nous venons d'exposer, et qui consiste à rapporter les observations à un observateur idéal, représenté par la moyenne des observations, peut introduire des erreurs apparentes, ainsi que l'ont montré MM. Dyson[1] et Thackeray; il suffit pour cela que les équations personnelles soient notables dans un sens, puis dans le sens contraire, à la suite d'un changement d'observateurs.

L'influence des verres teintés est très probablement peu marquée. Les déterminations des valeurs du diamètre du Soleil faites par M. Auwers[2], au Cap de Bonne-Espérance, n'ont indiqué aucun changement dans les mesures par suite de l'emploi de verres de diverses couleurs.

La question des équations personnelles des bords ne peut évidemment être résolue que par l'étude et la détermination des équations personnelles absolues.

[1] Dyson, 1, et Thackeray, 1, *Monthly Notices*, vol. LIV, p. 415.

[2] Auwers, 1, *Astr. Nach.*, vol. CXXIII, col. 97.

M. Gonnessiat[1] s'est occupé de la question et conclut de ses observations que, dans la méthode auditive, les observations des deux bords ne sont nullement comparables, tandis que, dans la méthode électrique, l'écart entre les corrections relatives aux deux bords est insensible. Les éléments de comparaison faisant défaut, il est impossible de juger si ces variations ont un caractère de généralité.

M. Stroobant[2], à l'aide de l'appareil de M. Wolf, a fait, à l'Observatoire de Paris, par la méthode électrique, une série de déterminations de l'équation personnelle pour des disques de diverses grandeurs, correspondant aux diamètres apparents de la Lune, de Jupiter, de Mars, de Saturne et de Neptune. Les résultats moyens montrent des différences très grandes suivant qu'on observe le premier ou le second bord : $-0^s,14$ pour le premier, $+0^s,03$ pour le second. L'écart $+0^s,17$ ne semble pas varier beaucoup avec les dimensions du disque observé ; on a en effet :

Astre observé	Écarts entre les estimes des deux bords
☾	$+0^s,17$
♃	$+0,20$
♂	$+0,20$
♄	$+0,17$
♅	$+0,17$.

M. Stroobant a refait les mêmes expériences par la

[1] Gonnessiat, 6, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, t. II, p. 88.

[2] Stroobant, 1 et 2, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXIII, p. 457, et t. CXV, p. 1246.

méthode de Bradley en employant deux disques correspondant aux grandeurs apparentes de ♄ et ♂. Nous donnons dans le Tableau ci-dessous la comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes :

Astre	Méthode électrique Bord		Méthode de Bradley Bord	
	I	II	I	II
♄	$-0^s,13$	$+0^s,06$	$-0^s,15$	$+0^s,03$
♂	$-0,15$	$+0,05$	$-0,12$	$+0,03$

L'observateur conclut de ces nombres que son équation personnelle reste la même pour les astres à diamètre sensible, que l'on observe à l'œil et à l'oreille ou au chronographe.

MM. Callandreau, Hamy et Viennet ont fait avec M. Stroobant quelques déterminations par la méthode de Bradley sur un disque correspondant au diamètre de ♄ ; les résultats sont intéressants à rappeler.

Observateur	Bord	
—	I	II
MM. Callandreau	$-0^s,05$	$+0^s,06$
Hamy	$-0,06$	$+0,02$
Viennet	$-0,17$	$-0,22$

On voit par là combien l'équation personnelle peut avoir d'influence dans le résultat de l'observation des bords d'une planète.

M. Gonnessiat[1] a discuté les résultats obtenus par

[1] Gonnessiat, 3, *Bull. astr.*, t. IX, p. 374, et 7, t. X, p. 121.

M. Stroobant et critiqué le procédé d'expérimentation. Nous renvoyons le lecteur aux notes publiées sur ce sujet.

Nous avons dit, à propos de la collimation de l'axe optique (§ 98), l'influence de l'échauffement des pièces du micromètre sur le déplacement de la ligne sans collimation. Si l'on admet que la déviation est proportionnelle au temps pendant lequel l'action calorifique des rayons solaires se fait sentir, il y aura erreur sur l'heure du passage du centre et sur la valeur du diamètre. Il y aurait lieu, sans aucun doute, de tenir compte de cette cause d'erreur, signalée par M. Gonnessiat[1].

En observant un point déterminé de la surface lunaire, point dont les coordonnées par rapport au centre sont connues, on évitera l'erreur provenant de l'observation du bord, observation qui peut être affectée par les irrégularités du contour de la Lune et par l'équation personnelle de l'observation des bords. Nous avons dit qu'on avait adopté le cratère Mösting A. Il est évident que, malgré la forme très avantageuse de ce sommet, son éclairement peut varier avec l'âge de la Lune et, par suite, introduire une cause systématique d'erreur, fonction de l'époque de la lunaison. Cette erreur est probablement très faible; nous avons dit qu'il y avait lieu de tenir compte de la phase (§ 56); nous ne pensons pas que l'équation personnelle puisse influer sur la valeur du passage observé. Quoi qu'il en soit, les résultats obtenus à Greenwich[2] semblent montrer la supériorité de cette méthode d'observation sur

[1] Gonnessiat, 6, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, t. II, note (2), page 92.

[2] Christie, 10, *Monthly Notices*, vol. LXVI, p. 89.

l'ancien procédé; elle permettra sûrement de définir par comparaison les erreurs systématiques résultant de l'observation des bords. Le principal inconvénient de cette méthode, c'est de ne permettre les observations que pendant une demi-lunaison.

168. **Influence de l'intervalle des battements du parleur.** — Les observations de passages par la méthode œil et oreille sont généralement faites avec une pendule à parleur, battant à chaque seconde sidérale. Il peut se présenter cependant qu'on ait à effectuer des observations avec des chronomètres donnant la demi-seconde. Y aura-t-il avantage au point de vue de la précision? Rappelons ici que Bessel notait des temps plus faibles de $1^s,22$ que ceux d'Argelander, lorsqu'il observait sur des battements espacés d'une seconde; la différence se réduisait à $0^s,72$, ou une demi-seconde plus $0^s,22$, sur une pendule à demi-seconde, et à $0^s,22$, dans l'observation des phénomènes instantanés. Bessel est donc en erreur d'un battement et d'une fraction constante $0^s,22$. Il n'y avait donc pas bénéfice à substituer des battements espacés d'une demi-seconde. D'un autre côté, il est clair qu'on évaluera peut-être aussi bien le dixième d'intervalle avec des battements de $0^s,5$ en $0^s,5$ qu'avec la pendule à secondes; on pourrait donc compter sur le vingtième de seconde au lieu du dixième, mais les erreurs d'appréciation résultant de la hâte avec laquelle il faut juger doivent subir des modifications telles que le gain ne soit qu'illusoire. S'il en était autrement, il n'y aurait pas de raison, pour augmenter la précision, de ne pas employer un parleur au quart de seconde, etc.

Il est presque inutile d'ajouter qu'avec l'enregistrement chronographique, l'intervalle des battements ne joue aucun rôle. D'ailleurs, les chronographes sont presque toujours synchronisés à la seconde.

169. **Équation décimale dans les observations à l'œil et à l'oreille.** — La méthode d'estime du dixième de seconde par la méthode de Bradley conduit à un genre d'erreur systématique assez singulier. Hartmann[1] a établi, il y a juste un demi-siècle, que son équation personnelle comprenait un nombre constant et une partie variable avec le dixième observé. Peirce[2], de son côté, établissait, vers la même époque, ce fait, que chaque observateur a une habitude qui lui est particulière d'apprécier faussement certaines fractions de seconde, c'est-à-dire de rapporter son estime à une échelle qui lui est propre (*personal-scale* ou *time-scale*). Il en résulte une fréquente répétition de certains dixièmes et l'absence de certains autres. Il est bien évident qu'il ne devrait pas en être ainsi et que sur un grand nombre d'observations de passage, 1000 par exemple, chaque dixième de $0^s,0$ à $0^s,9$ devrait se présenter le même nombre de fois, si les fils du réticule ne sont pas disposés d'une manière particulière et si les observations sont faites à des hauteurs différentes.

L'échelle personnelle de Peirce produit évidemment une variation constante, positive ou négative, sur le

[1] Hartmann, *Astr. Nach.*, vol. LXV, col. 129.

[2] Peirce, 2, *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, t. IV, p. 197. Voir aussi Chauvenet, vol. II, p. 193.

résultat moyen d'un grand nombre d'observations. Si, par exemple, sur 1000 observations, le dixième $0,n$ apparaît p fois, tandis que le dixième $0,m$ est noté q fois, avec la condition $p+q=200$, chacun des autres dixièmes étant évalué le même nombre de fois, soit 100, la moyenne d'une grande série d'observations de cet observateur sera erronée de

$$\frac{0,n\,(p-100)+0,m\,(q-100)}{1000}.$$

L'effet de cette erreur se combinera avec l'équation personnelle déduite d'un grand nombre de déterminations et en sera une des parties constituantes.

La tendance qu'ont certains observateurs à noter très fréquemment certains dixièmes est quelquefois tellement sensible, que nous avons été frappé[1] du fait dans un simple examen des registres de l'Observatoire de Paris. Le Tableau suivant, établi d'après un relevé fait sur ces registres, met ce point bien en évidence.

OBSERVATEUR	NOMBRES POUR MILLE D'OBSERVATIONS DU DIXIÈME										TOTAL
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
A	113	105	193	111	36	44	29	58	185	125	999
B	250	77	103	61	114	85	47	74	94	95	1000
C	169	78	132	81	50	58	57	113	141	121	1000

Ainsi sur 1000 évaluations l'observateur B apprécie 250 fois le dixième 0 et 47 fois seulement le dixième 6. Nous devons ajouter que nous avons eu le soin de

[1] Boquet, **3**, *Bull. astr.*, t. VI, p. 337.

ne relever que des observations faites par des astronomes très expérimentés. Nous avons aussi constaté que l'inégalité d'aptitude de l'observateur à apprécier tous les dixièmes subsiste quel que soit l'instrument employé. La grandeur des étoiles est aussi sans influence, ainsi que nous l'avons vérifié en ne prenant d'une part que les belles étoiles jusqu'à la quatrième grandeur, et d'autre part toutes les étoiles plus faibles. Nous avons pu alors formuler les conclusions suivantes : il existe une loi d'évaluation de chaque dixième qui paraît sensiblement constante pour un même observateur, mais qui peut varier dans des proportions considérables d'un observateur à l'autre. Ce sont les conclusions de Peirce, mais basées sur des faits mieux précisés. M. Gonnessiat a proposé de nommer *équation décimale* cette cause d'erreur et cette expression a été généralement adoptée.

L'existence constatée de l'équation décimale conduit à des remarques fort importantes. Chaque détermination de passage étant affectée d'une erreur fonction de l'observateur et du dixième observé, l'application de la règle de la moyenne pour avoir le passage au fil idéal n'est pas absolument logique, l'évaluation du dixième à chaque fil ne présentant pas le même degré de précision. Il suffit pour rendre une observation très douteuse que, par suite d'un fâcheux hasard, les dixièmes que l'observateur apprécie le moins correctement se soient présentés à tous les fils ou au plus grand nombre d'entre eux. Nous avons souvent rencontré des observations où sur les six fils employés on avait noté cinq fois le dixième o. Si nous appliquons aux observateurs A, B, C, la règle donnée au début de ce paragraphe, nous trou-

vons pour les valeurs de la constante de l'équation personnelle résultant de l'équation décimale :

Observateurs	Erreur décimale
A	$+0^{s},000$
B	$+0,075$
C	$+0,061$

A la suite de la note que nous avons publiée sur ce sujet, l'équation décimale a été l'objet d'une série d'études dont la plus importante est celle de M. Gonnessiat[1]. Nous empruntons à ce travail les remarques qui suivent.

Il existe dans beaucoup d'instruments une disposition défectueuse, qui consiste en ce qu'à l'équateur les fils sont à des intervalles répondant à un nombre entier de secondes; cette disposition peut avoir une influence fâcheuse sur les observations faites à l'œil et à l'oreille. Une seconde remarque, c'est que l'équation décimale paraît constante dans toute l'étendue comprise entre $-32°$ et $+50°$ de déclinaison, limites entre lesquelles le déplacement des étoiles (dans nos régions du moins) a lieu de droite à gauche par rapport à l'observateur et avec une vitesse qui ne varie que dans le rapport de 1 à 0,7. Dans les passages inférieurs, le changement de sens intervient pour modifier la loi d'évaluation des dixièmes. L'équation décimale peut varier avec le temps et peut être modifiée par l'éducation. Il suffit que

[1] Gonnessiat, **6**, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, t. II, p. 101; **2**, *Bull. astr.*, t. VI, p. 471; **4** et **5**, et André, **1** et **2**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXIV, p. 457 et 893.

l'attention de l'observateur soit appelée sur cette erreur pour qu'aussitôt la loi d'évaluation du dixième soit modifiée en ses points les plus défectueux.

M. Brück [1], qui s'est occupé aussi de cette question, constate qu'en ce qui le concerne l'équation décimale paraît consister uniquement en une tendance à noter trop fréquemment le dixième 0, et cela quelle que soit la déclinaison, comme l'observateur B signalé plus haut. M. Brück voit une cause d'erreur de l'estimation du dixième dans ce fait que l'étoile, au lieu de parcourir le champ d'un mouvement uniforme, procède souvent par bonds plus ou moins irréguliers. Cette circonstance peut se présenter dans la moitié du nombre total des observations. A dire vrai, nous ne voyons là qu'une perturbation apportée à l'estime et qui doit irriter l'observateur sans se traduire par une erreur systématique. Cependant, avec des images parfaitement calmes et se déplaçant d'un mouvement uniforme, les observations de M. Brück n'offrent plus un excès du dixième 0.

Pour M. Stroobant [2], ce son les dixièmes 0, 2, 3 qui sont les plus fréquents, tandis que les dixièmes 9 et 8 sont les plus rares.

M. Lewitzky [3] a voulu établir une loi de distribution des dixièmes, mais de nombreuses évaluations sont venues contredire cette prétendue loi.

[1] Bruck, **1**, *Bull. astr.*, t. VII, p. 413.

[2] Stroobant, **1**, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXIII, p. 457.

[3] Lewitzky, **1**, *Astr. Nach.*, vol. CXXIV, col. 105, et **2**, vol. CXXV, col. 75; voir aussi *Bull. astr.*, t. VII, p. 179 (analyse succincte du Mémoire de M. Lewitzky, par R. R.).

Tout récemment, l'équation décimale a été étudiée par M. Grossmann [1], qui conclut de son travail que l'équation décimale est un phénomène d'origine essentiellement psychologique. L'examen de longues séries d'observations de l'Observatoire central Nicolas conduisent M. Meissner [2] à une conclusion identique, et les Tableaux qui indiquent la fréquence des estimes faites à vue d'œil montrent que l'équation décimale affecte le plus souvent un caractère capricieux et variable.

L'équation décimale est naturellement supprimée dans l'enregistrement chronographique; mais il semblerait, d'après les expériences faites par M. Leitzmann [3], que le bruit régulier du parleur ou du chronographe produit un effet de perturbation dans l'appréciation du contact de l'étoile et du fil. Il serait facile de supprimer cette cause perturbatrice en plaçant le chronographe dans une salle voisine et en supprimant le parleur, dont le rôle est sans utilité dans le cas de l'enregistrement électrique. Dans les observations à l'œil et à l'oreille, quand le moment du passage sous le fil est voisin du battement de la seconde, on a, dit Callandreau, une sensation de gêne qui trouble l'observateur. La perturbation de l'enregistrement électrique serait de même ordre. Ne serait-ce pas aussi cette sensation de gêne qui expliquerait la prépondérance du dixième o qu'on rencontre assez fréquemment et qui prouve que le zéro est, en général, très mal apprécié. M. Brück [4] a constaté que les passages enregis-

[1] Grossmann, 3, *Astr. Nach.*, vol. CLXX, col. 149.
[2] Meissner, *Astr. Nach.*, vol. CLXXII, col. 137.
[3] Leitzmann, 2, *Wundt*, Philosophische Studien.
[4] Bruck, 4, *Bull. astr.*, t. XXIII, p. 361.

trés au chronographe Gautier ne sont pas affectés d'équation décimale. Le mouvement de la roue rapide étant parfaitement uniforme, ainsi que nous l'avons constaté, il n'y a évidemment pas de raison pour que cette cause d'erreur se produise, puisqu'il n'y a pas estime du dixième pour le top et qu'il n'y a pas non plus estime pour le relevé de la bande, comme avec les anciens chronographes. M. Brück constate et devait constater que les nombres de dixièmes observés convergent très rapidement vers 100 (pour 1000 observations).

170. **Généralisation de l'équation décimale.** — Les expériences très simples que nous avons rappelées au début de ce chapitre (§ 154) conduisent naturellement à se demander si l'échelle personnelle plus ou moins correcte, à laquelle on rapporte l'estime des passages dans la méthode de Bradley, ne joue pas le même rôle dans toutes les appréciations de dixième. M. Gonnessiat a fait noter en dixièmes des fractions qu'il indiquait sur une règle de $0^m,1$. Cette règle était placée à 2 mètres des observateurs. Chez l'un il constate accumulation sur le dixième 4, cet observateur reportant sur ce dixième les fractions de 0,32 à 0,45 ; pour l'autre, il y a trop d'observations sur le dixième 6. Une remarque analogue est faite par M. Boccardi[1]. M. Stroobant[2] constate aussi l'existence d'une équation décimale pour les mesures linéaires, car dans le relevé des bandes du chronographe ordinaire les dixièmes 0

[1] Boccardi, *Bull. astr.*, t. XX, p. 382.

[2] Stroobant, 1, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (Paris), t. CXIII, p. 457.

et 5 dominent beaucoup, tandis que les dixièmes 9 et 1 sont plus rares. Ces faits montrent que l'équation décimale existe encore dans les appréciations où l'œil seul intervient. C'est une extension de la loi de Peirce au fractionnement des longueurs. Nous[1] avons été plus loin dans cet ordre d'idées, en montrant, en effet, que l'équation décimale subsiste, c'est-à-dire que l'observateur conserve à peu de chose près la même façon d'apprécier le dixième, qu'il s'agisse : 1° d'observations faites à l'œil et à l'oreille, où le jeu de deux sens intervient ; 2° de lectures de tambour (graduation circulaire) ou de niveau (graduation rectiligne), où il n'intervient que le sens de la vue comme dans les exemples ci-dessus ; 3° de comparaisons de chronomètres, où l'oreille seule joue un rôle ; les observations dans ce dernier cas étaient faites les yeux fermés au moment de l'estimation du dixième, et l'attention ne devait et ne pouvait se porter que sur les battements des appareils à comparer. Nous donnons dans le Tableau suivant les résultats relatifs aux deux premiers genres d'opération.

NOMBRES D'OBSERVATIONS POUR MILLE DU DIXIÈME

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Œil et oreille. . .	194	177	160	89	89	83	27	43	64	74
Œil seul { tambour . .	194	136	88	79	58	95	57	63	83	149
Œil seul { niveau . .	180	129	87	109	54	90	67	89	87	108

La prépondérance du dixième o est nettement marquée. La comparaison de chronomètres de temps sidéral battant la demi-seconde à une pendule de temps

[1] Boquet, 5, *Bull. astr.*, t. XX, p. 165.

sidéral battant la seconde, nous a donné les résultats suivants :

	NOMBRES D'OBSERVATIONS POUR MILLE DU DIXIÈME									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Oreille seule . .	145	71	97	114	70	147	72	88	109	87

Il y a prépondérance égale des dixièmes 0 et 5, comme dans les trois cas précédents il y avait prépondérance du 0. Mais ici il s'agit du fractionnement d'une demi-seconde ; les coïncidences des battements se faisant sur 0 et 5, il est évident qu'on doit retrouver pour les dixièmes 5 à 9 des nombres identiques à ceux qui correspondent aux dixièmes de 0 à 4. C'est ce que les nombres ci-dessus montrent d'une manière remarquable. Il y a exactement, sur 1000 appréciations, 497 évaluations du premier groupe et 503 du second, et les rapports $\frac{145}{147}$, $\frac{71}{72}$, etc., diffèrent très peu de l'unité.

171. **Équation personnelle dans les pointés avec le fil de déclinaison.** — Nous avons dit que deux observateurs n'apprécient pas, en général, de la même manière le point milieu d'un intervalle donné. Il résulte de là que si l'on observe une étoile E (fig. 160) en l'amenant à égale distance de deux fils horizontaux f_s et f_i, comme on est obligé de le faire pour les

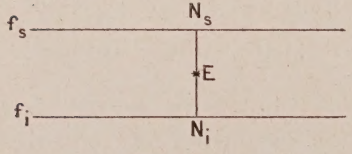


Fig. 160.

astres faibles, il se produit presque toujours une erreur personnelle d'appréciation, c'est-à-dire que EN_s est différent de EN_i; c'est ce qui constitue l'équation personnelle de pointé. Cette équation a été découverte par Mauvais et Bouvard (1837), étudiée par Laugier [1] et par Prazmowski. Il résulte des recherches de Prazmowski que l'équation de pointé est proportionnelle à la distance réelle des fils, et qu'elle est indépendante du grossissement employé. Il n'y a pas équation de pointé lorsque l'astre est amené sous le fil, en supposant l'astre réduit à un simple point, sinon il se produirait une équation de bissection provenant de ce que l'observateur ne place pas le fil exactement sur le centre de l'astre; nous aurons à revenir sur ce sujet. Quelques auteurs pensent qu'il y a équation de bissection même pour les étoiles, et que le signe de la correction dépend de la position de l'observateur (Nord ou Sud).

Jusqu'à la fin de l'année 1848, les astronomes de l'Observatoire de Paris qui observaient au Cercle de Fortin faisaient les pointés de l'astre en déclinaison entre deux fils dont la distance était de $11''$ environ. La comparaison des observations faites des deux côtés du zénith indique que chaque observateur place l'astre trop haut ou trop bas d'une petite quantité. La valeur moyenne de cette erreur paraît à peu près constante pour un même astronome pendant une période de quelques mois, mais semble toutefois varier avec le temps quand on embrasse un intervalle de plusieurs années. Déjà dans le courant

[1] Laugier, *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut impérial de France*, t. XXVII, 2e partie, p. 27.

de l'année 1841, les observateurs se préoccupèrent de la nécessité d'appliquer une correction de pointé à la déclinaison des astres observés et ils indiquaient, en prévision de cette correction, la position qu'ils avaient en faisant le pointé (pieds au Sud ou au Nord); mais ils n'effectuèrent aucune détermination de la correction. Lorsque Le Verrier fit réduire toutes les observations méridiennes effectuées à l'Observatoire à partir de 1800, il employa un procédé indirect pour déterminer cette correction. Cette méthode présente un intérêt historique, c'est celle qui a été employée par Bouvard, Mauvais, Laugier; nous croyons intéressant de la rappeler. Le principe de la méthode consiste à comparer les observations de Paris à celles d'un autre observatoire où les positions observées n'étaient pas affectées de la même cause d'erreur. Le Catalogue d'Airy (Observatoire de Greenwich), publié en 1845, pouvait servir de terme de comparaison, les observations ayant été faites sous le fil horizontal du réticule. Considérons une observation de déclinaison corrigée des erreurs instrumentales (tour de vis des microscopes et du micromètre, de la flexion, des erreurs de traits, etc.) et de la réfraction. Comparons la valeur observée à la valeur calculée déduite de l'éphéméride de Greenwich; la différence sera la collimation polaire, et elle serait la même, abstraction faite des erreurs accidentelles, pour les étoiles situées au Sud et au Nord du zénith, s'il n'y avait pas d'équation personnelle de pointé. L'expérience a montré qu'il n'en est pas ainsi. Soient alors c_s et c_n les deux valeurs de la collimation et x la correction de pointé (avec son signe) qu'il faut ajouter aux étoiles Nord et retrancher des étoiles Sud; il est évident

que pour des étoiles observées à peu d'intervalle, on a :

$$c_s - x = c_n + x ;$$

d'où

$$x = \frac{c_s - c_n}{2}.$$

Tel est le principe de la méthode. On trouvera les détails relatifs à l'application dans les *Annales de l'Observatoire de Paris* [1]. Nous nous bornerons, pour montrer l'importance de la correction de pointé, à donner les valeurs de cette correction pour les trois astronomes cités plus haut.

Période 1837 à 1840.

E. Bouvard	$+1'',7$	Distances des fils, $11''$ environ.
Laugier	$+1\ ,0$	
V. Mauvais	$-1\ ,8$	

La détermination de la correction personnelle de pointé se fait très simplement en pointant un même astre alternativement sous le fil supérieur, entre les deux fils, sous le fil inférieur, et faisant la différence

$$\frac{1}{2}(S + I) - M,$$

où S, I, M désignent respectivement les pointés considérés. On fait cette évaluation en regardant d'abord vers le Sud, puis vers le Nord. L'expérience démontre qu'on trouve des valeurs sensiblement identiques, aux signes près, dans les deux cas.

[1] Le Verrier, 5, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations), t. III, p. 13.

En général, pour augmenter la valeur du résultat, on suit l'étoile tout le long du champ en alternant les pointés comme nous venons de le dire : chaque groupe de trois pointés donne une valeur de l'erreur cherchée ; puis on prend la moyenne de tous les résultats. On peut encore procéder de la façon suivante : observer une même étoile zénithale les pieds tournés vers le Sud, puis vers le Nord, en ayant soin de noter les heures des pointés pour pouvoir réduire les pointés au méridien. La demi-différence des pointés ainsi corrigés est l'équation personnelle.

L'erreur de pointé entre les fils, avec des fils dont la distance n'excède pas 12 à 15″, peut atteindre et dépasser 1″,8. Cette erreur peut d'ailleurs varier avec la distance zénithale de l'astre. Il est donc nécessaire de déterminer sa valeur à différentes hauteurs, toutes les fois qu'on ne fera pas des observations dans une même zone.

M. Pidoux[1], dont nous avons déjà cité les travaux sur la flexion, constate qu'il existe un écart systématique de 1″,6 environ entre les résultats fournis par les étoiles qui culminent au Nord et celles qui culminent au Sud du zénith, écart qui provient de la position de l'observateur et qui s'ajoute aux effets de flexion de la lunette.

172. **Équation personnelle de bissection.** — Nous avons admis qu'il n'y a pas d'équation de pointé lorsqu'on pointe l'objet sous le fil, en supposant

[1] Pidoux, *Mémoire sur la latitude de l'Observatoire de Genève*, p. 58 et 64.

cet objet réduit à un point lumineux. Les travaux de M. Battermann[1] sur l'équation personnelle confirment pleinement cette manière de voir, ainsi que le montrent les résultats suivants :

$$\text{Étoile culminant au } \begin{cases} \text{Sud du zénith} \\ S - N = -0'',01 \pm 0'',03, \\ \text{Nord du zénith} \\ S - N = 0'',00 \pm 0'',05 ; \end{cases}$$

c'est-à-dire, en effet, que la différence S — N est absolument nulle. Mais il n'en est plus de même lorsqu'on pointe sous le fil le centre d'une planète, d'une étoile très brillante, de l'ouverture circulaire d'une mire, ou qu'on bissecte avec un fil fin obscur la bande lumineuse d'un fil brillant. Les mesures ainsi effectuées peuvent être affectées d'une erreur tendant à ce que l'observateur place d'une façon systématique le fil à une certaine distance du centre de l'objet ou du milieu de la bande.

Ce genre d'erreur, que M. Wolf réunit à celle résultant des pointés entre les fils sous le nom d'*erreurs statiques*, a été tout récemment l'objet d'une très intéressante étude faite par M. Salet. Cette équation personnelle, que M. Salet[2] appelle équation de bissection, est très différente, dans le cas des pointés sur fil brillant, d'une autre erreur qui tient à ce qu'un des bords du fil brillant est toujours plus éclairé que l'autre, et qui fait que les observateurs placent systématiquement le fil noir

[1] Battermann, *Beobachtungs-Ergebnisse der K. Sternwarte zu Berlin, Heft* 8.

[2] Salet, **2**, *Bull. astr.*, t. XXIV, p. 241.

plus ou moins loin du milieu de la bande brillante suivant l'acuité de leur vue, leur mise au point, etc. Il y a là une source d'erreurs souvent très importantes et qui peuvent affecter une série de déterminations. Mais d'un jour à l'autre la position des appareils d'éclairage peut être changée de telle sorte que le bord brillant du fil se trouve tantôt en haut, tantôt en bas. Dans ces conditions, l'erreur due au mauvais éclairage des fils devient une erreur simplement accidentelle. Du reste, dans le réglage des collimateurs comme dans celui des microscopes du cercle, on doit faire en sorte d'éviter ces effets dissymétriques de lumière.

173. **Influence de l'équation de bissection sur la valeur de la flexion.** — L'examen que nous[1] avons fait de plus de 1 200 déterminations individuelles de la flexion horizontale du Grand Instrument méridien de l'Observatoire de Paris (1897 à 1902), effectuées par un observateur N et par nous, a permis de mettre en évidence une erreur systématique bien accentuée de $0'',2$, s'élevant par conséquent aux $\frac{2}{5}$ de la valeur probable adoptée $0'',5$. Sans expliquer la cause de cette différence systématique, nous avions émis l'hypothèse qu'on pouvait attribuer la différence à l'équation personnelle résultant du pointé d'un fil noir sur une bande brillante, équation analogue à celle du pointé d'une étoile entre deux fils fixes. L'étude que M. Salet[2] a faite de cette question est venue confirmer cette supposition.

[1] Boquet, **6**, *Bull. Astr.*, t. XXI, p. 28.
[2] Salet, **2**, *Bull. astr.*, t. XXIV, p. 241.

Les pointés des étoiles en distance polaire sont soumis à la même erreur d'équation personnelle. Dans le cas de la détermination de la flexion par l'observation d'étoiles réfléchies sur le bain de mercure, l'équation personnelle de bissection intervient comme dans la méthode des collimateurs.

Pour déterminer cette équation, M. Salet se sert d'un petit prisme à double réfraction ou prisme hypoténuse. On peut aussi éliminer complètement l'erreur due à l'équation personnelle de bissection : il suffit de faire les pointés en plaçant alternativement le prisme vertical et horizontal.

174. **Influence de la position de l'observateur sur la valeur observée du nadir.** — L'observation du nadir a mis en évidence une cause d'erreur systématique, dépendant de la position de l'observateur. Laugier [1] et Yvon Villarceau [2] se sont occupés de cette question. Sans analyser les causes, d'ailleurs peu connues, qui peuvent produire une divergence dans les pointés sur le nadir, on doit admettre qu'on en éliminera les effets en se plaçant alternativement dans le méridien au Sud et au Nord de la lunette. C'est ainsi que procédait Yvon Villarceau [2] dans ses déterminations de latitude. Dans un grand nombre d'observatoires, les plateformes pour l'observation du nadir sont disposées de façon que l'observateur puisse occuper l'une ou

[1] Laugier, *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut impérial de France*, t. XXVII, 2e partie, p. 16.

[2] Yvon Villarceau, **4**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. VIII, p. 225; **5**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Mémoires), t. IX, p. A, 43.

l'autre position. Nous citerons entre autres le Cercle méridien de Repsold, à l'Observatoire de Strasbourg, qui est muni de deux escaliers. Il résulte de l'étude de ce cercle, faite par M. Schur[1], que la différence 0″,11 des résultats obtenus dans les deux positions est assez faible, mais non négligeable. Cette différence aurait une origine physiologique. Dans leurs recherches sur la latitude de l'Observatoire de Paris (Grand Cercle méridien), MM. Oltramare[2], Lancelin et Chatelu n'ont pas constaté de discordance appréciable entre les résultats obtenus en se plaçant au Nord ou au Sud de la lunette pour pointer le nadir.

175. **Discordances entre les observations directes et réfléchies.** — Les discordances qu'on constate entre les distances polaires des étoiles déduites des observations directes et réfléchies a été l'objet de nombreuses recherches; mais jusqu'à présent il n'a pas été possible de les expliquer en les rattachant à une cause connue, erreur instrumentale ou équation personnelle. C'est Pond, qui le premier, a constaté ces divergences. Les astronomes de Greenwich ont fait une étude suivie de cette question. On a vainement essayé de trouver une explication dans les flexions du tube ou du cercle, dans les réfractions irrégulières. Un fait curieux a été constaté par MM. Turner et Thackeray : l'observation directe d'une étoile à la suite d'une observation réfléchie diffère systématiquement des observations directes habituelles d'un tiers de seconde environ,

[1] Schur, *Astr. Nach.*, vol. CIX, col. 129.

[2] Oltramare, Lancelin et Chatelu, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations de 1897), p. B. 9.

et la différence change de signe si l'on échange l'ordre des opérations. Mais ce fait a été controuvé par des déterminations ultérieures; nous ne l'avons cité que pour montrer combien on doit hésiter à formuler une loi dans des questions aussi complexes que celle qui nous occupe.

M. Eastman[1], à Washington, qui a étudié particulièrement ce genre de discordances, pense que la lunette fléchit différemment quand l'objectif est au zénith ou au nadir, ce qui tiendrait au mode d'attache de l'objectif et du tube porte-réticule. L'emploi de l'expression $f \sin z$ pour la flexion, qui n'est nullement justifié, ainsi que nous l'avons dit, serait, avec le flottement de l'objectif, la cause des discordances. M. Périgaud[2], par l'emploi d'une méthode que nous avons exposée, avait trouvé, pour la flexion astronomique du Cercle de Gambey, une valeur faible, tandis que la comparaison des étoiles observées directement et par réflexion lui donnait pour la flexion totale une valeur de $0'',8 \cos z$, résultat confirmé par la détermination de la flexion au zénith. M. Périgaud attribue la cause de cette anomalie à l'axe de rotation lui-même. Cet axe peut, en effet, jouer dans son enveloppe conique, et son mouvement est d'autant moins bien réglé que le ressort qui maintient l'extrémité est moins serré. En desserrant ce ressort et en éloignant le cercle du pilier de 1 millimètre environ, la lecture au nadir augmente de $1''$ et la différence entre les lectures du nadir et du zénith s'accroît de $0'',5$. Quoiqu'il n'y ait pas de comparaison à faire

[1] Eastman, **1**, *The astronomical Journal*, vol. XIX, p. 173.

[2] Périgaud, **6**, *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations de 1889), p. D. 78 et D. 88.

entre la monture du Cercle de Washington et celle du Cercle de Gambey, l'expérience faite par M. Périgaud montre combien il est difficile la connaître les causes d'erreur que comporte l'emploi d'un instrument.

Soient D_n et R_n (fig. 161) les distances zénithales (étoile au Nord du zénith) résultant des lectures instrumentales corrigées, observation directe de l'étoile en E_d

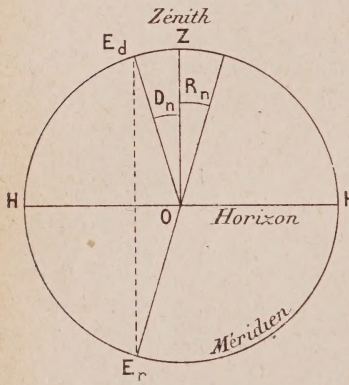


Fig. 161.

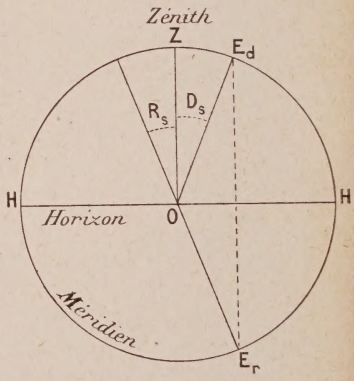


Fig. 162.

et observation par réflexion en E_r; D_s et R_s les distances zénithales (étoile au Sud du zénith) pour l'étoile E_d (fig. 162) observée directement et par réflexion en E_r. On devrait avoir évidemment :

$$D_n - R_n = 0, \qquad D_s - R_s = 0.$$

Il n'en est en réalité pas ainsi. Si nous posons :

$$\Delta z_n = \frac{1}{2}(D_n - R_n),$$

$$\Delta z_s = \frac{1}{2}(D_s - R_s),$$

les valeurs Δz_n et Δz_s peuvent atteindre des valeurs très grandes. Les résultats suivants obtenus par M. Eastman permettent d'en juger :

Années	Δz_n	Δz_s	$\frac{1}{2}(\Delta z_n + \Delta z_s)$	$\Delta z_n - \Delta z_s$
1866	$+1'',04$	$+0'',37$	$+0'',71$	$+0'',67$
1867	$+0,65$	$-0,10$	$+0,27$	$+0,75$
1868	$+0,58$	$-0,14$	$+0,22$	$+0,72$
1869	$+0,00$	$-0,58$	$-0,29$	$+0,58$
1870	$+0,23$	$+0,22$	$+0,23$	$+0,01$
1871-72	$+0,63$	$-0,44$	$+0,09$	$+1,07$
1873	$+1,30$	$+0,58$	$+0,94$	$+0,72$
1874	$-0,07$	$-0,66$	$-0,37$	$+0,59$.

L'examen de ce Tableau montre que la différence $\Delta z_n - \Delta z_s$ est sensiblement constante.

A Greenwich, on constate qu'en 1897 et 1898 la différence R — D (D, observation directe; R, observation réfléchie) est très petite et qu'elle augmente en 1899 et 1900, où elle atteint la valeur

$$R - D = +0'',09 + 0'',27 \sin z.$$

M. Eastman [1], par un examen des observations directes et réfléchies faites à Greenwich de 1851 à 1893, conclut qu'au lieu de faire varier la correction de part et d'autre du zénith suivant une loi de la forme

$$a + b \sin z,$$

on obtiendrait d'aussi bons résultats en admettant des corrections systématiques constantes, mais différentes au Nord et au Sud.

[1] Eastman, 2, *The astronomical Journal*, vol. XXI, p. 1.

En définitive, cette question est loin d'être élucidée; sa solution est probablement liée à celle de la flexion : c'est dire l'ordre de difficulté qu'elle présente. Rien ne ne prouve d'ailleurs que l'équation personnelle ne joue aussi un rôle dans ces résultats anormaux.

176. **Élimination des équations personnelles.** — L'étude que nous venons de faire des équations personnelles porte avec elle cet enseignement, que les efforts des astronomes doivent tendre, par l'emploi de méthodes convenables, à en éliminer les effets, plutôt que de chercher à en corriger les observations. La caractéristiqne de ce genre d'erreur est, en somme, la variabilité; on ne pourra donc jamais être certain qu'une correction est appliquée judicieusement.

Examinons rapidement quels progrès ont été faits dans cette voie. Considérons d'abord l'équation personnelle dans l'estime des passages. Nous avons rappelé l'appréciation portée par M. Wolf[1] sur la méthode d'enregistrement chronographique, appréciation appuyée sur l'autorité, alors incontestée, de Le Verrier. La discussion sur la valeur respective des deux méthodes d'observation nous semble absolument close à l'heure actuelle, surtout qu'avec les chronographes imprimants on supprime non seulement les ennuis du relevé des bandes, mais encore les erreurs auxquelles ce relevé pouvait donner lieu. On a pu craindre dans le chronographe imprimant un mécanisme trop délicat et sujet à de nombreux dérangements. Les expériences qui ont

[1] Brunnow, *Traité d'astronomie*, édition française par C. André, astr. prat., note de la page 427.

été faites ont démontré surabondamment que l'appareil, si compliqué qu'il soit en apparence, est, en définitive, beaucoup plus simple que le mécanisme des sens. Il y a donc de ce fait amélioration très sensible dans les observations, mais il n'y a pas suppression complète des équations personnelles. « Pour détruire l'erreur personnelle dans sa source même, dit M. Wolf[1], il faudrait détruire le mouvement de l'étoile par rapport au fil derrière lequel on l'observe : quelle que soit l'explication qu'on adopte de l'équation personnelle, il ne subsiste, en effet, dans le cas du repos relatif du fil et de l'étoile, que l'erreur statique du pointé d'un fil sur un point lumineux fixe, erreur insignifiante par rapport à la première. » Il y avait là un problème d'horlogerie d'une solution difficile, il est actuellement résolu d'une façon complète et tout à fait pratique. Les appareils construits par M. Repsold et M. P. Gautier ont donné des résultats remarquables par la précision, et l'on peut dire que la réalisation de la suppression de l'équation personnelle dans les observations de passage, au moins dans ses manifestations les plus importantes (sens du déplacement, variation avec la déclinaison, etc.), est un fait accompli. Nous avons vu qu'il était possible, par l'emploi des écrans, d'éliminer l'influence de la grandeur de l'astre observé. Nous devons ajouter cependant qu'il semble résulter des expériences faites par le U. S. Coast Survey[2] que, même pour un astronome exercé, l'erreur accidentelle d'un passage est plus forte avec le nouveau micromètre enregistreur des

[1] Brunnow, *Traité d'astronomie*, édition française par C. André, astr. prat., p. 439.

[2] Hollis, *The Observatory*, vol. XXVIII, p. 221.

passages; mais, et cela est important, cette infériorité est compensée largement par l'élimination complète des erreurs systématiques.

Faye a proposé l'emploi de la photographie comme procédé d'enregistrement des passages, méthode qui, en supprimant l'intervention de l'observateur, élimine par le fait les équations personnelles. La lunette méridienne photographique imaginée par M. Lippmann semble donner des résultats très satisfaisants, ainsi qu'il résulte des travaux faits par MM. Mascart, Ebert Fatou et Le Morvan. Cet appareil sera décrit dans un volume de l'**E. S.**

Les expériences récentes de M. Salet ont montré qu'il est possible de supprimer l'équation de bissection et, par suite, d'obtenir une valeur de la flexion horizontale présentant un caractère de précision qu'on ne pouvait obtenir qu'en combinant les observations de différents observateurs.

Ces exemples suffisent pour bien indiquer la voie où les astronomes modernes se sont engagés pour arriver à la suppression de cette erreur « capricieuse et variable », l'équation personnelle.

CONCLUSION

177. **Travaux méridiens. État actuel de la question des observations méridiennes.** — Les problèmes d'astronomie de haute précision qu'on peut résoudre à l'aide des observations méridiennes peuvent se ranger en six grandes classes :

1° Positions absolues des étoiles fondamentales;

2° Positions relatives des autres astres, fixes ou errants, par rapport aux fondamentales; et, en particulier, positions des étoiles-repères des cartes photographiques;

3° Étude du ciel par zones;

4° Détermination de certaines constantes astronomiques;

5° Détermination des coordonnées géographiques d'un lieu;

6° Détermination de l'heure.

La solution de ces problèmes est évidemment subordonnée à la précision des observations. L'étude que nous venons de faire, si incomplète qu'elle soit, et les faits en assez grand nombre cités dans cet ouvrage, nous permettent de voir nettement le degré de précision que peuvent actuellement donner les observations méridiennes. L'astronome sait que les déterminations qu'il fait, et auxquelles il est naturellement tenté d'accorder une confiance en rapport avec le soin qu'il a mis à les

faire, peuvent être entachées d'erreurs instrumentales ou personnelles relativement considérables. Il en connaît avec plus ou moins de précision la grandeur, et dans la plupart des cas, il en sait ou il en soupçonne l'origine. Il est donc permis de croire qu'il arrivera à les supprimer, ou tout au moins à les mesurer avec la précision voulue. Il semble bien, en réalité, qu'à l'heure présente tous les grands pas ont été faits; mais si on ne peut plus avancer que lentement, les progrès réalisés n'en seront que plus appréciés. Il faut surtout se garder de conclure, comme on l'a fait trop souvent, qu'on a obtenu une précision qui ne sera jamais surpassée. Il n'y a de limite à la précision que celle que nous lui donnons par suite de l'impossibilité où nous sommes de prévoir les perfectionnements des méthodes d'observation ou de construction des instruments. L'étude des cercles méridiens et de leurs accessoires doit nécessairement conduire à des formes qui leur donneront toute la stabilité désirable. Le problème est nettement posé, et il y a lieu d'espérer que les progrès continus des arts de la mécanique permettront à nos artistes de le résoudre complètement. L'astronome pourra alors franchir un nouvel échelon dans la voie de la précision et, par les observations méridiennes, contribuer pour une très large part au progrès de l'astronomie, « grand problème de mécanique, a dit Laplace, dont la solution dépend à la fois de l'exactitude des observations et de la perfection de l'analyse. »

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

ABRÉVIATIONS USITÉES DANS L'INDEX

B. A.	Bulletin astronomique publié par l'Observatoire de Paris.
A. N.	Astronomische Nachrichten.
M. N.	Monthly Notices of the Royal astronomical Society.
C. R.	Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences, Paris.
The Obs.	The Observatory, a monthly review of astronomy.
V. D. A. G.	Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft.
Ann. Obsre (Mém.).	Annales de l'Observatoire de Paris (Mémoires).
Ann. Obsre (Obs.).	Annales de l'Observatoire de Paris (Observations).
Green. Obs.	Astronomical and magnetical and meteorological observations made at the Royal Observatory, Greenwich.
A. J.	The astronomical Journal.

Le nombre qui suit l'abréviation est l'année de la publication.

Abbadie (A. d')	La fluctuation des latitudes terrestres, *B. A.*, 1892, t. IX.
Airy (G.-B.).	1. *Green. Obs.*, 1852.
—	2. *Green. Obs.*, 1853.
—	3. On the comparison of reversible [1]..., *The Obs.*, 1884, vol. VII.

[1] Les titres très longs sont indiqués par les premiers mots suivis de ... lorsque les indications complémentaires évitent toute ambiguïté.

ALBRECHT (Th.). 1. Ueber eine durch Erdbeben..., *A. N.*, 1887, vol. CXVI.

— 2. Die Beobachtungsmethode..., *A. N.*, 1901, vol. CLV.

ANDING (E.). Bericht über den Gang..., *A. N.*, 1893, vol. CXXXIII.

ANDRÉ (Ch.). 1, et GONNESSIAT (F.). Étude expérimentale de l'equation décimale dans les observations de passages..., *C. R.*, 1892, t. CXIV.

— 2, et GONNESSIAT (F.). Étude expérimentale de l'équation décimale dans les observations du Soleil..., *C. R.*, 1892, t. CXIV.

ARAGO. Note sur un moyen très simple..., *C. R.*, 1853, t. XXXVI.

ARGELANDER (Fr.). Posizioni medie di 1425 stelle..., *V. D. A. G.*, 1872, vol. VII.

AUWERS (A.). 1. Versuche über den Einfluss..., *A. N.*, 1889, vol. CXXIII.

— 2. Professor Auwers' researches..., *M. N.*, 1890, vol. L.

BACKLUND (O.) « Zusatz zu » Studien über den Stern catalog : Positions moyennes de 3542 étoiles..., *Mélanges mathématiques et astronomiques*, 1881-1888, t. VI, tirés du *Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg*, 1888.

BAGGI (V.). Sulla flessione dei cannocchiali..., *A. N.*, 1895, vol. CXXXVII.

BAILLAUD (B.). *Annales de l'Observatoire astronomique, magnétique et météorologique de Toulouse*, t. IV. Paris, 1901, Gauthier-Villars, et Toulouse, 1901, Ed. Privat.

BAKHUYZEN (H.-G. van de SANDE). 1. Ueber den Einfluss der Strahlenbrechung..., *A. N.*, 1868, vol. LXXII.

— 2. *Annalen der Sternwarte in Leiden*, Band V und VI, Haag, 1890.

BALL (L. DE). 1. Ueber einen Apparat zum..., *A. N.*, 1886, vol. CXV.

— 2. Neue Refraktionstafeln, *A. N.*, 1904, vol. CLXVI.

Ball (L. de). 3. Eine zweite neue Form von Refraktionstafeln, *A. N.*, 1905, vol. CLXVIII.

— 4. *Refraktionstafeln*, Leipzig, 1906, W. Engelmann, in-4°.

Barbier (E.) 1 (voir Wolf, 1).

— 2. Etude géométrique de l'erreur d'excentricité. *Traité d'astronomie de Brünnow*, édition française par C. André. Paris, 1872, Gauthier-Villars.

Battermann (H.). Resultate aus Beobachtungen von 379 Anhalsternen..., *Beobachtungs-Ergebnisse der K. Sternwarte zu Berlin*, 1899.

Bauschinger (J.). 1. *Ueber die Biegung von Meridianfernrohren.* Thèse présentée à la Faculté de Munich, 1888. In-4°.

— 2. *Neue Annalen der K. Sternwarte in Bogenhausen bei München*, Band II. Munich, 1891.

Becker (E.). 1. Ueber einige Versuche..., *A. N.*, 1891, vol. CXXVII.

— 2. Notes, *The Obs.*, 1901, vol. XXIV.

Bessel (F.-W.). 1. *Fundamenta astronomiæ pro anno MDCCLV.* Regiomonti, 1818. Nicolovium. Petit in-folio.

— 2. *Astronomische Beobachtungen auf der Königlichen Universitats-Sternwarte zu Königsberg*, Abtheilung VIII, 1822. L'ouvrage comprend 5 vol. in-folio; 1815-1831.

— 3. *Tabulæ Regiomontanæ reductionum observationum astronomicarum ab anno 1750 usque ad annum 1850 computatæ*, Regiomonti Prussorum, 1830, Borntraerger. In-8°.

— 4. *Astronomische Untersuchungen.* Königsberg, 1841. In-4°.

— 5. *Abhandlungen.* Herausgegeben von Rudolf Engelmann. Leipzig, 1875-1876, Wilhelm Engelmann, 3 vol. In-4°.

Bigourdan (G.). 1. Sur divèrses circonstances qui..., *B. A.*, 1899, t. XVI.

— 2. Sur diverses circonstances qui... (2e article), *B. A.*, 1900, t. XVII.

— 3. Sur un moyen d'atténuer l'effet..., *B. A.*, 1902, t. XIX.

Bigourdan (G.). **4.** Sur quelques améliorations..., *B. A.*, 1904, t. XXI.

— **5.** Sur les changements de courbure..., *C. R.*, 1904, t. CXXXIX.

— **6.** Sur une cause de variabilité..., *C. R.*, 1904, t. CXXXIX.

Blinn (F.-G.). A non-interfering break-circuit for clocks, *The sidereal Messenger*, 1891, vol. X.

Boccardi (J.). Remarques sur l'équation décimale, *B. A.*, 1903, t. XX.

Boë (de). On a method of destroying..., *M. N.*, 1877, vol. XXXVII.

Boquet (F.). **1** (voir Hamy, **2**).

— **2** (voir Hamy, **6**).

— **3.** Recherche sur la valeur des observations de passages, *B. A.*, 1889, t. VI.

— **4.** *Ann. Obs^re* (Obs.), observations de jour en 1894 et 1895.

— **5.** Sur l'équation décimale, *B. A.*, 1903, t. XX.

— **6.** Sur la flexion des lunettes, *B. A.*, 1904, t. XXI.

— **7.** Influence de la température sur..., *B. A.*, 1904, t. XXI.

— **8.** Les chronographes imprimants de l'Observatoire de Paris, *B. A.*, 1905, t. XXII.

— **9**, et Chatelu (J.). Sur la précision des observations au chronographe imprimant, *B. A.*, 1905, t. XXII.

— **10**, et Chatelu (J.). Sur la précision... (2e note), *B. A.*, 1906, t. XXIII.

— **11**, et Chatelu (J.). Sur l'emploi du chronographe imprimant, *B. A.*, 1906, t. XXIII.

— **12**. *Le chronographe imprimant de M. P. Gautier; sa description, son emploi.* Paris, 1907, Gauthier-Villars, in-4° (28-23); ou aussi : Description du chronographe imprimant de M. P. Gautier, *Ann. Obs^re* (Mém.), t. XXV.

Boss (L.). **1.** The new Dudley observatory, *A. J.*, 1895, vol. XIV.

— **2.** Flexure and division-correction..., *A. J.*, 1896, vol. XVI.

Boss (L.). 3. Division-correction of..., *A. J.*, 1897, vol. XVII.

— 4. The Paris Conference..., *A. J.*, 1898, vol. XVIII.

— 5. Note on the magnitude-equation..., *A. J.*, 1902, vol. XXII.

— 6. Concerning the magnitude-equation..., *A. J.*, 1902, vol. XXII.

— 7. Determination of absolute magnitude-equation..., *A. J.*, 1903, vol. XXIII.

Boys (C. V.). On the production, properties..., *The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1887, vol. XXIII (5e série). London, Taylor and Francis.

Brashear (J.-A.). *Silvered glass reflecting telescopes and specula*, Pittsburg (Pensylvania), 1883, Best and Co; voir aussi : Dr Draper's work on the telescope, *English mechanic and world of Science*, 1883, vol. XXXVII.

Braun (C.). Ueber eine neue Reductions-Methode..., *A. N.*, 1884, vol. CIX.

Brédichin (Th.). Sur l'équation personnelle absolue, *Annales de l'Observatoire de Moscou*, 1876, vol. II (2e livraison).

Brillouin. Battement électrique d'une horloge astronomique, *Annales de l'Observatoire de Toulouse*, publiées par M. B. Baillaud, 1886, t. II.

Brooks (W. R.). On a make-and-break-circuit for astronomical clocks, *The sidereal Messenger*, 1888, vol. VII.

Bruck (P.). 1. Documents relatifs à l'équation décimale, *B. A.*, 1890, t. VII.

— 2. Sur la flexion de la lunette méridienne de Besançon, *B. A.*, 1904, t. XXI.

— 3. Rotations simultanées de deux cercles..., *B. A.*, 1906, t. XXIII.

— 4. Sur l'équation décimale..., *B. A.*, 1906, t. XXIII.

— 5. Sur un dispositif pour l'étude des niveaux, *B. A.*, 1906, t. XXIII.

BRUCK (P.). **6**, et SALLET (A.). Note sur les chronographes P. Gautier et A. Fénon, *XVIII^e Bulletin chronométrique* (année 1905-1906) *de l'Observatoire de Besançon*, publié par M. Lebeuf, 1907.

BRÜNNOW (F.). *Traité d'astronomie sphérique et d'astronomie pratique*, édition française par C. André et E. Lucas. Paris, 1872, Gauthier-Villars (2 vol.).

BRUNS (H.). Untersuchung einer Wanschaff'schen Theilung, *A. N.*, 1892, vol. CXXX.

BRYANT (W.-W.). On the « Two Method » personal equation, *M. N.*, 1898, vol. LVIII.

CAILLET (V). Tables de réfractions astronomiques, Additions à la *Connaissance des Temps*, 1851.

CALLANDREAU (O.). (Voir CERASKI.)

CAMPOS RODRIGUES (C.-A. DE) et OOM (F.). Observations méridiennes de la planète Mars pendant l'opposition de 1892, faites à l'Observatoire royal de Lisbonne (Tapada); voir l'analyse *B. A.*, 1896, t. XIII.

CASPARI (E.). *Cours d'Astronomie pratique.* Paris, 1888, Gauthier-Villars, 2 vol. grand in-8°.

CERASKI (W.). Ueber die Bestimmung..., *A. N.*, 1882, vol. CI; voir aussi : CALLANDREAU (O.), Notes sur quelques observatoires, *B. A.*, 1897, t. XIV.

CHAREY (C. RAGOONATHA). On the determination of personal equation..., *M. N.*, 1859, vol. XIX.

CHATELU (J.). **1** (voir OLTRAMARE).

— **2**, **3**, **4** (voir BOQUET, **9**, **10**, **11**).

CHAUVENET (W.). *A manual of spherical and practical astronomy.* London, 1868, Trübner et C° (2 vol.). Il y a divers tirages.

CHRISTIE (W.-H.-M.). **1**. On the systematic errors..., *Memoirs of the Royal astronomical Society*, 1879-80, vol. XLV.

— **2**. *Green. Obs.*, 1884.

— **3**. *Green. Obs.*, 1887.

— **4**. *Green. Obs.*, 1888.

— **5**. Preliminary note on the change..., *M. N.*, 1891, vol. LI.

CHRISTIE (W.-H.-M.). 6. *Green. Obs.*, 1894.

— 7. Note on the observations for coincidence (communicated by the Astronomer Royal), *M. N.*, 1895, vol. LV.

— 8. *Green. Obs.*, 1899.

— 9. Note on diurnal variations (communicated by the Astronomer Royal), *M. N.*, 1905, vol. LXV.

— 10. Observations of Mösting A... (communicated by the Astronomer Royal), *M. N.*, 1906, vol. LXVI.

COHN (F.). 1. Ergebnisse von Beobachtungen..., *A. N.*, 1902, vol. CLVII.

— 2. Beiträge zur Kenntnis..., *A. N.*, 1904, vol. CLXV.

COMMON (A.-A.). Suggestions for improvements..., *M. N.*, 1884, vol. XLIV.

COMSTOCK (G.-C.). 1. The meridian circle..., *The sidereal Messenger*, 1886, vol. V.

— 2. Defects of sensitive levels..., *The sidereal Messenger*, 1891, vol. X.

COOKE (T.). On the adjustment and testing..., *The Obs.*, 1891, vol. XIV (signé J. F. T.).

COOKE (W.-E.). Description of a mechanical..., *M. N.*, 1895, vol. LV.

COPELAND (R.). 1. Suggestions for the improvement..., *M. N.*, 1884, vol. XLIV.

— 2. Notes on a recent visit..., *Copernicus*, 1884, vol. III.

CORNU (A.). 1. Sur la nécessité d'introduire diverses précautions..., *Comptes rendus des séances de la 10e Conférence générale de l'Association géodésique internationale*, réunie à Bruxelles en 1892. G. Reimer, à Berlin, 1893.

— 2. Sur la synchronisation..., *C. R.*, 1887, t. CV.

— 3. Réponse à une note de M. Wolf..., *C. R.*, 1887, t. CV.

— 4. Sur l'emploi du collimateur..., *C. R.*, 1888, t. CVII.

— 5. Sur la mire lointaine de l'Observatoire de Nice, *Annuaire pour l'an 1892*, publié par le Bureau des Longitudes.

COURVOISIER (L.). Untersuchungen über die astronomische Refraktion, *Veröffentlichungen der grossherzoglichen Sternwarte zu Heidelberg*, 1904, Karlsruhe.

COWELL (P.-H.). Refraction tables..., *Green. Obs.*, 1898.

CRULS (L.). Sur une formule simplifiée..., *C. R.*, 1900, t. CXXX.

DAVIS (C.-H.). *Report of the Superintendent of the U. S. naval Observatory* for the fiscal year ending June 30 1902. Washington, 1902, Government printing office.

DEICHMÜLLER (Fr.). Darlegung einer neuen Methode..., *A. N.*, 1897, vol. CXLII.

DELPORTE (E.). Installation des pendules..., *Annuaire astronomique de l'Observatoire royal de Belgique pour l'année 1907*. Bruxelles.

DELVOSAL (J.). Description de la Lunette méridienne, *Annuaire astronomique de l'Observatoire royal de Belgique pour l'année 1907*. Bruxelles.

DEVAUX. Recherches sur la forme des tourillons..., *B. A.*, 1888, t. V.

DOBERCK (W.). On the rate of the Hongkong standard clock, *A. N.*, 1888, vol. CXX, et 1890, vol. CXXV; voir aussi : The time-service of the Hongkong Observatory, *The Obs.*, 1895, vol. XVIII.

DREYER (J. L. E.). On personal errors in astronomical transit observations [1876], *Proceedings of the Royal Irish Academy*, 2e série, vol. II. Dublin, 1877.

DUNKIN (E.). 1. On personality in observing transits of the limbs of the Moon, *M. N.*, 1869, vol. XXIX.

— 2. On personality in observing transits of the first and second limbs of the Sun, *M. N.*, 1874, vol. XXXV.

— 3. Note on the Greenwich..., *M. N.*, 1883, vol. XLIV.

DYSON (F.-W.). 1, et THACKERAY (W.-G.). The effect of personality in observing..., *M. N.*, 1894, vol. LIV.

— 2, et THACKERAY (W.-G.). The division errors..., *M. N.*, 1898, vol. LIX.

EASTMAN (J.-R.). 1. Discordances between the north..., *A. J.*, 1899, vol. XIX.

EASTMANN (J.-R.). 2. Systematic corrections to observed..., *A. J.*, 1900, vol. XXI.

EBERT (W.). 1 (voir PERCHOT, 2).

— 2, et PERCHOT, 1. Sur la détermination des premiers termes de flexion..., *C. R.*, 1898, t. CXXVI.

— 3 (voir RENAN, 1).

ELLERY (R.-L.-J.). Suspension of mercury-trough, *The Obs.*, 1886, vol. IX; voir aussi : Bain de mercure Gautier..., *B. A.*, 1886, t. III.

ENCKE (J.-F.). *Astronomische Beobachtungen auf der Königl. Sternwarte zu Berlin.* Berlin, 1840-1857. In-folio.

FARMAN (M.). Méthode d'essai des objectifs astronomiques, *Bulletin de la Société astronomique de France*, 1905.

FAYE (H.). 1. Mémoire sur le collimateur zénithal..., *C. R.*, 1846, t. XXIII.

— 2. Sur les déclinaisons absolues..., *C. R.*, 1850, t. XXXI.

— 3. Remarques de M. Faye..., *C. R.*, 1864, t. LVIII.

FAYET (G.) et LAMBERT. Sur un moyen de déterminer la collimation..., *B.-A.*, 1909, t. XXVI.

FINLAY (W.-H.). On the variations of the instrumental adjustments of the Cape transit-circle, *Annals of the Cape Observatory*, vol. I, 5e partie. (Cet article devait appartenir au vol. II, 2e partie; un changement de format l'a fait replacer dans le vol. I. Dans le *B. A.*, t. VI, p. 363, il est désigné comme appartenant au vol. II.)

FLINT (A.-S.). The Repsold transit-micrometer..., *A. J.*, 1899, vol. XX.

FŒRSTER (W.). 1. Bericht über die Versammlung der Astronomischen Gesellschaft zu Wien., *V. D. A. G.* Leipzig, 1883.

— 2. Jahresberichte der Sternwarten für 1885, Berlin, *V. D. A. G.* Leipzig, 1886.

FRANZ (J.). 1. *Die Konstanten der physischen Libration des Mondes*, abgeleitet aus Schlüter's Beobachtungen, Königsberg, 1889. In-folio. Voir aussi l'analyse de ce mémoire par *R. R.*, *B. A.*, 1889, t. VI.

FRANZ (J.). 2. Aufforderung zu Meridianbeobachtungen..., *A. N.*, 1889, vol. CXXII.

— 3. Darlegung der Ephemeridenrechnung..., *A. N.*, 1894, vol. CXXXVI.

— 4. Der Einfluss der Phase..., *A. N.*, 1894, vol. CXXXVI.

— 5. Königsberger Meridianbeobachtungen..., *A. N.*, 1894, vol. CXXXVI.

— 6. Ueber die Göttinger..., *A. N.*, 1897, vol. CXLIV.

GAILLOT (A.). Détermination de l'erreur de la constante de la réfraction..., et Détermination de la constante..., *C. R.*, 1886, t. CII.

GAUTIER (P.). 1. Mire à disque mobile..., *B. A.*, 1890, t. VII.

— 2. Expérience faite sur le cercle méridien..., *B. A.*, 1901, t. XVIII.

GILL (D.). 1. On systematic errors..., *M. N.*, 1884, vol. XLV.

— 2. The Cape catalogue for 1880, *The Obs.*, 1885, vol. VIII.

— 3. On a method of obtaining..., *M. N.*, 1899, vol. LIX.

— 4, et HOUGH (S.-S.). Determinations of personal equations..., *M. N.*, 1907, vol. LXVII.

GONNESSIAT (F.). 1. Sur quelques erreurs..., *C. R.*, 1888, t. CVII.

— 2. Recherches sur les erreurs personnelles..., *B. A.*, 1889, t. VI.

— 3. Quelques remarques..., *B. A.*, 1892, t. IX.

— 4, 5 (voir ANDRÉ, 1, 2).

— 6. Recherches sur l'équation personnelle, *Travaux de l'Observatoire de Lyon*, publiés par M. Ch. André, 1892, t. II.

— 7. A propos des recherches sur..., *B. A.*, 1893, t. X.

— 8. Sur les variations de la latitude..., *B. A.*, 1894, t. XI.

GRANT (R.). *Catalogue of 6415 stars for the epoch 1870*, deduced from observations made at the Glasgow University Observatory (1860 to 1881); Glasgow, 1883, J. Maclehose and sons; London, 1883, Macmillan and C°. In-4°.

GROSSMANN (E.). 1. Beobachtungen des Mondkraters..., *A. N.*, 1895, vol. CXXXVII; et Correctionen zu den Göttinger..., *A. N.*, 1895, vol. CXXXVII.

— 2. Zur Bestimmung der Lage..., *A. N.*, 1897, vol. CXLIV.

— 3. Ueber Schätzungen nach Augenmass, *A. N.*, 1906, vol. CLXX.

GRUEY. 1. Sur la construction des grands cercles méridiens doubles, *C. R.*, 1885, t. CI.

— 2. Sur un nouvel oculaire pour les observations méridiennes, *C. R.*, 1888, t. CVI.

— 3. Transformation des mires méridiennes, *B. A.*, 1891, t. VIII.

HALL (A.). 1. The rejection of discordant observations, *The sidereal Messenger*, 1887, vol. VI.

— 2. The spirit level, *The sidereal Messenger*, 1891, vol. X.

HAMY (M.). 1. Sur les variations de l'axe de rotation..., *B. A.*, 1889, t. VI.

— 2, et BOQUET (F.). Procédé physique pour la mesure..., *B. A.*, 1890, t. VII.

— 3. Procédé physique pour la mesure..., *C. R.*, 1890, t. CX.

— 4. Sur la flexion des fils micrométriques, *B. A.*, 1890, t. VII.

— 5. Sur le bord observable de la Lune..., *B. A.*, 1890, t. VII.

— 6, et BOQUET (F.). Sur la flexion des fils micrométriques, *B. A.*, 1891, t. VIII.

— 7. Contrôle des tourillons..., *C. R.*, 1893, t. CXVII, et *B. A.*, 1895, t. XII.

— 8. Sur les erreurs causées..., *B. A.*, 1896, t. XIII.

— 9. Principes mécaniques qui..., *C. R.*, 1897, t. CXXV; voir aussi : Sur l'amortissement des trépidations.... *B. A.*, 1898, t. XV, et *C. R.*, 1903, t. CXXXVI, et Considérations mécaniques relatives..., *Ann. Obsre* (Mém.), 1908, t. XXV.

— 10. Sur la formule de réduction..., *B. A.*, 1898, t. XV.

— 11. Application des franges d'interférences..., *C. R.*, 1898, t. CXXVI.

HANSEN. Beschreibung der Einrichtungen..., *A. N.*, 1839, vol. XVII.

HARKNESS (W.). On the flexure of meridian instruments..., *Astronomical and meteorological observations made during the year 1882 at the U. S. naval Observatory*, 1885, Washington.

HARTMANN (J.). Einige Beobachtungen und..., *A. N.*, 1865, vol. LXV.

HEDRICK (J.-T.). On the variation of personal..., *A. J.*, 1896, vol. XVI.

HILFIKER (J.). 1. Ueber den Gang der Winnerl'schen Pendeluhr..., *A. N.*, 1886, vol. CXIV.

— 2. Ueber eine persönliche Gleichung..., *A. N.*, 1887, vol. CXVIII.

HINKS (A.-R.). Preliminary note on a personal..., *M. N.*, 1897, vol. LVII.

HIRSCH. La pendule électrique de précision de M. Hipp, *Bulletin de la Société des Sciences naturelles de Neuchâtel*, 1883-1884, t. XIV.

HOLDEN (E. S.). 1. Measures of the pivots..., *A. N.*, 1883, vol. CVII.

— 2. Investigation of the Repsold..., *The sidereal Messenger*, 1884, vol. III.

— 3. The Lick Observatory, *The sidereal Messenger*, 1884, vol. III.

— 4. 1° Reticles of the meridian-cercle; 2° Illumination of the field view in nadir observations; *Publications of the Washburn Observatory of the University of Wisconsin*, 1884, vol. II.

— 5. Determination of the effect..., *A. N.*, 1885, vol. CXIII.

— 6. Observation with screens..., *Publications of the Washburn Observatory of the University of Wisconsin*, 1886, vol. IV.

HOLLIS (H.-P.). The registering transit-micrometer, *The Obs.*, 1905, vol. XXVIII.

HOSSARD (P.). Remarques sur l'emploi du bain de mercure..., *C. R.*, 1854, t. XXXIX.

HOUGH (G.-W.). 1. Description of a printing chronograph, *The American Journal of Science*, 1871, 3e série, t. II; *M. N.*, 1872, vol. XXXII; *A. N.*, 1872, vol. LXXVIII; *The sidereal Messenger*, 1886, vol. V. Voir aussi : The printing chronograph at the Dudley Observatory, *A. N.*, 1873, vol. LXXXII; *Annual report of the board of directors of the Chicago astronomical Society* for 1885 and 1886, Chicago, Fergus printing Company, 1887.

— 2. Determination of the cause for variation..., *A. N.*, 1903, vol. CLXIII.

HOUGH (S.-S.). 1. On the determination of the division-errors..., *M. N.*, 1904, vol. LXIV.

— 2 (voir GILL, 4).

HOWE (C.-S.). 1. A dark reticle, *M. N.*, 1902, vol. LXII.

— 2. The rate of the Riefler sidereal clock nº 56, *A. J.*, 1902, vol. XXII.

HUTCHINS (C.-C.). Quartz fibre, *The sidereal Messenger*, 1890, vol. IX.

JABELY. 1, et SIMONIN. Comparaison du bain de mercure..., *B. A.*, 1896, vol. XIII.

— 2, et SIMONIN. Sur la mire lointaine..., *B. A.*, 1897, t. XIV.

KAISER (F.). *Annalen der Sternwarte in Leiden*, Band I, Harlem, 1868.

KHANDRIKOFF (M.). *Annales de l'Observatoire de Kiew*, 1879, t. I.

KNORRE (V.). Untersuchungen über Schraubenmikrometer, *A. N.*, 1890, vol. CXXV.

KRUEGER (A.). 1. Ueber die Berichtigung..., *A. N.*, 1884, vol. CIX.

— 2. Note signée *Kr.* sous le titre « Zusatz des Herausgebers », *A. N.*, 1885, vol. CXIII.

KÜSTNER (F.). 1. Ueber den Gang..., *A. N.*, 1886, vol. CXIV.

— 2. Jahresberichte der Sternwarten für 1886, *V. D. A. G.*, 1887, vol. XXII.

— 3. Jahresberichte der Sternwarten für 1889, *V. D. A. G.*, 1890, vol. XXV.

— 4. Jahresberichte der Sternwarten für 1894, *V. D. A. G.*, 1895, vol. XXX.

LAGARDE (J.). Sur le fractionnement de la seconde..., *B. A.*, 1895, t. XII.

LAGRULA (Ph.). Sur la comparaison des diverses..., *B. A.*, 1899, t. XVI.

LAMBERT (A.). (Voir FAYET.)

LAMP (E.). Die Theilungsfehler des..., *A. N.*, 1889, vol. CXXIII.

LANCELIN. (Voir OLTRAMARE.)

LAPLACE. *Mécanique céleste.* Il existe de nombreuses éditions de cet ouvrage : Paris, an VII, Duprat; 1805, Courcier; 1845, Imprimerie nationale; 1878-1882, Gauthier-Villars. Les renvois du texte se rapportent à l'édition de 1805.

LÁSKA (W.). Ueber eine einfache Refractionsformel, *A. N.*, 1889, vol. CXXI.

LAUGIER. Mémoire sur la détermination des distances polaires des étoiles fondamentales, *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut impérial de France*, 1860, t. XXVII (2e partie).

LEHMANN-FILHÈS (R.). 1. Ueber abnorme Fehlervertheilung..., *A. N.*, 1887, vol. CXVII.

— 2. Ueber eine genäherte Refractionsformel, *A. N.*, 1889, vol. CXXI.

LEITZMANN (H.). 1. *Von dem Einflusse der Wärmevertheilung auf die Theilung des Meridiankreises.* Thèse de doctorat, Faculté de Berlin; Magdeburg, 1885, In-4°.

— 2. Ueber Störungserscheinungen bei astronomischer Registrirung. Erste Abtheilung. WUNDT, *Philosophische Studien*, t. V. In-8°.

LE PAIGE (C.). Étude sur les visées au bain de mercure, *Mémoires de la Société royale des Sciences de Liège*, 1901, 3e série, t. III.

LE VERRIER (U.-J.-J.). 1. Les trépidations du sol n'altèrent pas..., *C. R.*, 1869, t. LXVIII.

— 2. § 7, Aérage de la salle des observations méridiennes; § 12, Observation du Soleil, *Instructions pour le service de l'Observatoire impérial de Paris et Marseille* (ouvrage rare).

LE VERRIER (U.-J.-J.). 3. *Ann. Obs^re* (Obs.), t. I.
— 4. *Ann. Obs^re* (Obs.), t. II.
— 5. *Ann. Obs^re* (Obs.), t. III.
— 6. *Ann. Obs^re* (Obs.), t. XIX.
— 7. *Ann. Obs^re* (Obs.), t. XXIII.

LEWITZKY (G.). 1. Ueber den persönlichen Fehler..., *A. N.*, 1890, vol. CXXIV.
— 2. Schreiben von Herrn Prof. G. Lewitzky..., *A. N.*, 1890, vol. CXXV.

LIPPMANN (G.). 1. Sur l'entretien du mouvement du pendule..., *C. R.*, 1896, t. CXXII; et 1898, t. CXXVII.
— 2. Méthode pour la mise au point d'un collimateur, *C. R.*, 1899, t. CXXIX.
— 3. Sur la mise au foyer d'un collimateur..., *C. R.*, 1902, t. CXXXIV.
— 4. Collimateur suspendu..., *C. R.*, 1907, t. CXLIV, et Sur le collimateur suspendu de M. Schwarzschild, *C. R.*, 1907, t. CXLIV.

LŒWY (M.). 1. Tables générales de réduction des observations méridiennes, *Annales du Bureau des Longitudes*, 1877, t. I.
— 2. Nouvelle méthode pour déterminer la flexion des lunettes, *C. R.*, 1878, t. LXXXVII.
— 3. Etude de la variation de la ligne de visée..., *C. R.*, 1880, t. XCI.
— 4, et PÉRIGAUD. Détermination de la flexion horizontale..., *C. R.*, 1881, t. XCIII.
— 5, et PÉRIGAUD. Étude des flexions du Grand Cercle méridien..., *Ann. Obs^re* (Mém.), t. XVI.
— 6. 1° Sur la limite d'exactitude des formules différentielles... (2 articles); 2° Inexactitudes commises par l'emploi des formules usuelles..., *C. R.*, 1885, t. C.
— 7. Sur l'effet des erreurs instrumentales..., *C. R.*, 1885, t. C.
— 8. Précautions à prendre dans le mode..., *C. R.*, 1905, t. CXL.
— 9. Méthode nouvelle et rapide pour la détermination des erreurs de division... (4 articles et un erratum), *C. R.*, 1906, t. CXLIII; même titre, *Ann. Obs^re* (Mém.). t. XXVII.

Löw (M.). Der persönliche Fehler bei Messung..., *A. N.*, 1889, vol. CXXI.

Marth (A.). Note on M. Lœwy's communication..., *M. N.*, 1884, vol. XLIV.

Mascart (J.). 1. Pendule en acier nickel..., *C. R.*, 1904, t. CXXXIX.

— 2. Organes principaux de distribution..., *B. A.*, 1907, t. XXIV.

Maury (F.). *Astronomical observations made during the year 1845 at the national Observatory under the direction of M. F. Maury*, lieut. U. S. Navy, Washington, 1846, vol. I.

Mauvais. (Voir Séguin.)

Maw (W.-H.). The wear of micrometer-screws, *The Obs.*, 1899, vol. XXII.

Mayer (T.). *Astronomical observations made at Göttingen from 1756 to 1761*. London, 1826, 1 vol. in-folio.

Meissner (O.). Ueber systematische Fehler..., *A. N.*, 1906, vol. CLXXII.

Mouchez (E.). Nouvelle disposition du bain de mercure..., *B. A.*, 1885, t. II; voir aussi : Nouveau bain de mercure..., *C. R.*, 1886, t. CII.

Newcomb (S.). 1. *Report to the Secretary of the Navy on recent improvements in astronomical instruments*. Washington, 1884. In-8°.

— 2. Astronomical clocks, *The sidereal Messenger*, 1884, vol. III.

— 3. On the mounting of reflectors, *The Obs.*, 1884, vol. VII.

— 4. A generalized theory of the combination of observations..., *American Journal of Mathematics*, 1886, vol. VIII.

— 5. On the variation of personal equation..., *A. J.*, 1896, vol. XVI.

Nyrén (M.). Untersuchung der Repsold'schen..., *A. N.*, 1886, vol. CXIII.

Observatoire de Paris. *Tables usuelles destinées à faciliter la réduction des observations méridiennes et équatoriales*. (En cours de publication.) Paris, Gauthier-Villars.

Œrtel (K.).	Ueber das Repsoldsche unpersönliche..., *A. N.*, 1904, vol. CLXV; voir aussi : *B. A.*, 1906, t. XXIII.
Œrtling (A.).	Der künstliche Quecksilberhorizont, *Poggendorf's Annalen*, 1850, vol. LXXIX.
Oltramare.	Lancelin et Chatelu (J.). Détermination de distances polaires absolues..., *Ann. Obs^re* (Obs. de 1897).
Oom (F.).	(Voir Campos Rodrigues.)
Oudemans (J.-A.-C.).	**1** (voir Fœrster, **1**).
—	2. Ueber das Adjustiren eines..., *A. N.*, 1872, vol. LXXX.
Peirce (B.).	1. Criterion for the rejection..., *A. J.*, 1852, vol. II.
—	2. Abstract of a memoir on the personal pecularities of astronomical observers, *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, 1859, vol. IV.
Perchot (J.).	**1** (voir Ebert, **2**).
—	2, et Ebert (W.). Étude sur la flexion, *Ann. Obs^re* (Obs. de 1897).
Périgaud.	**1** (voir Loewy, **4** et **5**).
—	2. Sur les erreurs de division du Cercle de Gambey, *C. R.*, 1886, t. CIII.
—	3. Instructions théoriques et pratiques pour le service méridien de l'Observatoire de Paris, *Ann. Obs^re* (Obs. de 1887).
—	4. Nouveau bain de mercure..., *C. R.*, 1888, t. CVI.
—	5. Mémoire sur la détermination des erreurs de division d'un cercle. *Ann. Obs^re* (Mém.), 1889, t. XIX.
—	6. Cercle de Gambey, Observations de 1887 à 1894, *Ann. Obs^re* (Obs. de 1889).
—	7. Sur la flexion du Cercle mural de Gambey, *C. R.*, 1892, t. CXIV.
—	8. Notice au sujet de l'article de MM. Jabely et Simonin, *B. A.*, 1896, t. XIII.
—	9. Correspondance, *B. A.*, 1896, t. XIII.
Peters.	Notizen über den auf der Altonaer..., *A. N.*, 1857, vol. XLV.

PHILIPPOT (H.). Le cercle méridien de Repsold, *Annuaire astronomique de l'Observatoire royal de Belgique pour l'année 1907*. Bruxelles.

PICART (L.). Notes sur quelques observatoires, *B. A.*, 1903, t. XX.

PICKERING (E. C.). Notes. Harvard College Observatory, *The Obs.*, 1884, vol. VII.

PIDOUX (J.). Mémoire sur la latitude de l'Observatoire de Genève. Genève, 1900, Eggimann et Cie. In-4°.

POGSON (N.-R.). *The meridian circle. Results of observations...* Madras, 1887, G. W. Taylor.

POISSON. Sur la distribution de la chaleur... Additions à la *Connaissance des Temps*, 1826; voir aussi : *Journal de l'Ecole royale polytechnique*, 1823, 19e cahier (t. XII). Imprimerie royale.

POND (J.). *Astronomical observations made at the Royal Observatory at Greenwich in the year 1832*. London, Bensley, 1833.

PORRO (J.). 1. Micromètre à fils visibles..., *C. R.*, 1851, t. XXXII.

— 2. Sur la lunette zénithale de M. Faye, *C. R.*, 1853, t. XXXVI.

— 3. Note sur l'élimination absolue de la flexion..., *C. R.*, 1853, t. XXXVII.

— 4. Note faisant suite au Mémoire..., *C. R.*, 1853, t. XXXVII.

— 5. Sur la flexion des lunettes astronomiques, *C. R.*, 1854, t. XXXVIII.

PORTER (J.-G.). The new meridian circle..., *The sidereal Messenger*, 1889, vol. VIII.

PRITCHARD (C.). An account of certain experiments..., *M. N.*, 1853, vol. XIII.

RADAU (R.). 1. Essai sur les erreurs personnelles, *le Moniteur scientifique du chimiste et du manufacturier*, par le Dr Quesneville; 1865, vol. VII; 1866, vol. VIII; 1867, vol. IX. (In-4°, Paris.) Voir aussi : Ph. CARL, *Repertorium*, 1866, vol. I, p. 203-306; 1867, vol. II, p. 115; 1868, vol. IV, p. 147.

RADAU (R.). 2. Recherches sur la théorie des réfractions astronomiques, *Ann. Obsre* (Mém.), 1882, t. XVI, et Essai sur les réfractions astronomiques, 1889, t. XIX.
— 3. Revue des publications astronomiques, *B. A.*, 1887, t. IV.

RAMBAUT (A.-A.). On a very sensitive method..., *M. N.*, 1904, vol. LXV.

RAYET (G.). 1. Note sur l'influence de la réfraction..., *Annales de l'Observatoire de Bordeaux*, 1889, t. III.
— 2. Sur la détermination du tour de la vis..., *C. R.*, 1889, t. CVIII.

REBEUR-PASCHWITZ (E. VON). 1. Ueber die Anwendung..., *A. N.*, 1889, vol. CXX.
— 2. Ueber eine merkwürdige..., *A. N.*, 1893, vol. CXXXIII.

RENAN (H.). 1, et EBERT (W.). Détermination de la latitude..., *Ann. Obsre* (Obs. de 1900).
— 2. Sur l'emploi des fils mobiles..., *B. A.*, 1904, t. XXI; voir aussi : Sur la mesure des angles..., *Ann. Obsre* (Obs. de 1900).
— 3. Sur une méthode nouvelle..., *B. A.*, 1907, t. XXIV; voir aussi : 1° Détermination rigoureuse de deux constantes..., et 2° Résultats obtenus pour la détermination..., *C. R.*, 1906, t. CXLIII.

REPSOLD (J.). 1. Durchgangs-Instrument mit Uhrbewegung, *A. N.*, 1888, vol. CXVIII.
— 2. Neuer Vorschlag zur Vermeidung..., *A. N.*, 1889, vol. CXXIII.

REPSOLD (A.). Neue Mikrometer von A. Repsold u. Söhne, *A. N.*, 1896, vol. CXLI. Article signé Repsold (J.).

RIEFLER (S.). 1. *Die Præcisions-Uhren mit vollkommen freiem Echappement und neuem Quecksilber - Compensationspendel.* München, 1894. Voir aussi : Beschreibung des Echappements..., *A. N.*, 1894, vol. CXXXIV.
— 2. *Präzisions-Pendeluhren und Zeitdienstanlagen für Sternwarten.* München, 1907, Th. Ackermann.

Ristenpart (F.).	Meridianbeobachtungen der Mondränder und..., et Meridianbeobachtungen einiger Mondkrater..., *A. N.*, 1897, vol. CXLIV.
Safarik (A.).	(Voir Fœrster, **1**.)
Safford (T.-H.).	**1**. Note on the reduction of transit..., *A. N.*, 1884, vol. CIX.
—	**2**. On the various forms of personal equation..., *M. N.*, 1897, vol. LVII.
—	**3**. Additional note on personal equation, *M. N.*, 1897, vol. LVIII.
—	**4**. The two-Method personal equations..., *A. J.*, 1898, vol. XVIII.
—	**5**. A form of personal equation, *A. J.*, 1898, vol. XIX.
Salet (P.).	**1**. Erreurs dues aux déplacements de l'œil..., *B. A.*, 1904, t. XXI.
—	**2**. Sur la flexion des instruments méridiens, *B. A.*, 1907, t. XXIV.
Sallet (A.).	(Voir Bruck, **6**.)
Sampson (R.-A.).	Transits observed with the Durham..., *M. N.*, 1903, vol. LXIII.
Schaeberle (J.-M.).	**1**. A method for determining..., *The American Journal of Science*, 1882, vol. XXIII (3e série); voir aussi : 1° A method for measuring..., et 2° On the horizontal flexure of vertical circles, *A. N.*, 1887, vol. CXVIII.
—	**2**. On the inclination of the horizontal..., *A. N.*, 1885, vol. CXI.
—	**3**. A short method for computing astronomical refractions..., *A. N.*, 1887, vol. CXVI.
—	**4**. A short method of computing, with Bessel's constants..., *A. N.*, 1887, vol. CXVII.
Schreiber (J.).	Ueber eine eigenthümliche..., *A. N.*, 1898, vol. CXLVII.
Schur (W.).	Beobachtungen und Untersuchungen..., *A. N.*, 1884, vol. CIX.
Schwarzschild (K.).	Ueber photographische..., *A. N.*, 1903, vol. CLXIV.
Schwassmann (A.).	Beobachtungen des Mondkraters..., *A. N.*, 1897, vol. CXLIV.

Séguin	et Mauvais. Note sur les moyens d'atténuer les vibrations..., *C. R.*, 1852, t. XXXV.
Simonin.	**1** et **2** (voir Jabely, **1** et **2**).
Steinheil (A.).	Zur Orientirung über Objective..., *A. N.*, 1884, vol. CIX; voir aussi : Translation of part of a paper by Dr A. Steinheil... by Miss Emma Gattiker, *The sidereal Messenger*, 1884, vol. III.
Stéphan (E.).	**1** (voir Wolf, **1**).
—	**2**. La distribution de l'heure par la Faculté des Sciences, *Annales de la Faculté des Sciences de Marseille*, t. X. Paris, 1900, G. Masson.
Stone (E.-J.).	**1**. On the rejection of discordant observations, *M. N.*, 1868, vol. XXVIII.
—	**2**. On mean refractions..., *M. N.*, 1880, vol. XL.
—	**3**. On screw-wear as affecting..., *M. N.*, 1885, vol. XLV.
Stroobant (P.).	**1**. Recherches expérimentales sur l'équation..., *C. R.*, 1891, vol. CXIII.
—	**2**. Nouvelles recherches expérimentales..., *C. R.*, 1892, vol. CXV.
—	**3**. Les mires méridiennes, *Annuaire astronomique de l'Observatoire royal de Belgique pour l'année 1904*. Bruxelles.
Struve (F.-G.-W.).	*Description de l'Observatoire astronomique central de Poulkovo*. Saint-Pétersbourg, 1845.
Struve (H.).	Ueber die Verbindung..., *A. N.*, 1901, vol. CLV.
Sundell (A.-F.).	Ueber die durch eine..., *A. N.*, 1882, vol. CIII; voir aussi : même titre (zweite Mittheilung), *A. N.*, 1885, vol. CXI.
Taylor (H.-D.).	Description of a perfectly..., *M. N.*, 1894, vol. LIV.
Tennant (J.-F.).	**1**. The cause of variations in levels, *The Obs.*, 1891, vol. XIV.
—	**2**. Prof. Piazzi Smyth's levels, *The Obs.*, 1892, vol. XV.

THACKERAY (W.-G.).	**1**, **2**, **3** (voir respectivement DYSON, **1**, DYSON, **2**, et TURNER, **6**).
—	**4**. Variation of personal equation..., *The Obs.*, 1900, vol. XXIII.
TISSERAND (F.).	Sur la pendule des caves de l'Observatoire, *B. A.*, 1896, t. XIII, et *C. R.*, 1896, t. CXXII.
TOWNE (G.).	*Astronomie, astrophysique, géodésie...*, Paris, 1896, E. Bertaux (2 vol.).
TUCKER (R.-H).	Determination of the effect of..., *A. J.*, 1896, vol. XVI.
TURNER (H.-H.).	**1**. On the variations of level..., *M. N.*, 1887, vol. XLVII.
—	**2**. On new forms of levels..., *M. N.*, 1891, vol. LII.
—	**3**. On the observations for coincidence..., *M. N.*, 1886, vol. XLVI, et 1892, vol. LII.
—	**4**. On an annual variation in the R.-D. discordance, *M. N.*, 1892, vol. LII.
—	**5**. On the distribution of temperature..., *M. N.*, 1893, vol. LIII.
—	**6**, and THACKERAY. On the R.-D. discordance, *Memoirs of the Royal astronomical Society*, 1892-1895, vol. LI.
—	**7**. On the variation of personal equation..., *M. N.*, 1899, vol. LX.
UPDEGRAFF (M.).	**1**. On the errors of a transit..., *A. N.*, 1901, vol. CLV.
—	**2**. Note on change of the piers..., *A. N.*, 1904, vol. CLXIV.
VERSCHAFFEL.	*Observatoire d'Abbadia* (Observations faites au cercle méridien en 1901). Paris, Gauthier-Villars, 1903.
WADSWORTH (F.-L.-O.).	**1**. Notes on silvering solutions and silvering, *Astrophysical Journal*, 1895, vol. I.
—	**2**. A note on spider lines, *M. N.*, 1897, vol. LVII.
WANACH (B.).	Ueber die Bestimmung der Form der..., *Annalen der kaiserlichen Universitäts-Sternwarte in Strassburg, 1899*, zweiter Band.
WARNER (W.-R.).	Engineering problems in the construction of large refracting telescopes, *Astronomy and Astro-physics*, 1893, vol. XII.

Wislicenus (W.-F.). Ueber den Einfluss von..., *A. N.*, 1891, vol. CXXVIII.

Wolf (Ch.). 1, Barbier et Stéphan. Étude des divisions du cercle, *Ann. Obs^re* (Obs. de 1863), t. XIX.

— 2. Recherches sur l'équation personnelle..., *Ann. Obs^re* (Mém.), t. VIII.

— 3. Les applications de l'électricité à l'astronomie, *Bulletin de la Société internationale des électriciens*, 1885.

— 4. Comparaison des divers systèmes de synchronisation..., *C. R.*, 1887, t. CV.

— 5. *Astronomie et Géodésie*, cours professé à la Sorbonne, rédigé par H. Le Barbier et P. Bourguignon. Paris, 1891, Georges Carré, 1 vol. (16×24).

— 6. *Histoire de l'Observatoire de Paris, de sa fondation à 1793.* Paris, 1902, Gauthier-Villars. Grand in-8°.

Young (C.-A.). On a proposed printing chronograph, *The American Journal of Science*, 1866, 2e série, t. XLII.

Yvon Villarceau (A.-J.). 1. Note sur la détermination des erreurs de division du Cercle de Fortin, *Ann. Obs^re* (Obs.), t. I.

— 2. Description du Cercle de Gambey..., *Ann. Obs^re* (Obs.), t. XII.

— 3. Etude du mouvement de rotation..., *Ann. Obs^re* (Mém.), t. VII.

— 4. Détermination astronomique de la longitude..., *Ann. Obs^re* (Mém.), t. VIII.

— 5. Détermination des longitudes..., *Ann. Obs^re* (Mém.), t. IX.

— 6. Théorie de la flexion plane..., *C. R.*, 1881, t. XCIII.

— 7. Nouvelle méthode pour annuler la flexion..., *C. R.*, 1881, t. XCIII.

— 8. Remarques à l'occasion du Mémoire..., *C. R.*, 1881, t. XCIII.

TABLE ALPHABÉTIQUE DES AUTEURS ET DES MATIÈRES

Aberration diurne, 16.
Aberration diurne (constante de l'), 17.
Airy, 48, 127, 149, 224.
Ambronn, 109.
Arago, 249.
Argelander, 126, 260, 283.
Ascension droite, 77, 80, 82.
Auwers, 276, 279.
Axe de rotation, 144.
Axe de rotation (rectification de l'), 43.
Axe optique, 44.
Axe optique (collimation de l'), 2, 44.
Axe optique (orientation de l'), 1.
Axe optique (rectification de l'), 53.
Azimut de la lunette, 2, 55, 65, 66.

Backlund, 170.
Baggi, 206.
Baillaud, 170, 188.
Bakhuyzen, 66, 242, 253, 255, 259.
Ball (de), 131.
Barbier, 170, 199.
Battermann, 264, 272, 297.
Bauschinger, 132, 211, 214, 224, 263.
Bessel (formule de), 5, 21, 58.
Bessel, 66, 74, 117, 125, 126, 184, 207, 243, 256, 260, 283.
Besson, 170.
Bigourdan, 183.
Boccardi, 290.
Bond, 249.
Boquet, 102, 210, 212, 285, 291, 298.
Boss, 182, 183, 187, 263, 265, 266, 271.
Bouguer, 117.
Bouvard, 274, 293.
Bradley, 74, 117, 249.
Braun, 63.
Bredichin, 255.
Bruck, 39, 196, 211, 288, 289.
Brunnow, 224, 304, 305.
Bruns, 186.
Bryant, 250.

Caillet, 117, 122.
Callandreau, 281, 289.
Cassini, 117.
Catalogues, 73.
Charey, 276.
Chatelu, 187, 201, 300.
Chauvenet, 126, 241, 244.
Christie, 214, 215, 236, 253, 262, 266, 269, 282.
Circompolaires (correction des R des), 63.
Cohn, 267.
Collimation (correction de), 141.
Collimation (détermination de la), 45, 48, 50, 52.
Collimation polaire, 121, 141.
Common, 204.

Comstock, 261, 267.
Construction (erreurs provenant de la), 143.
Cooke, 138.
Copeland, 185.
Courvoisier, 132.
Cowell, 128.
Crelle, 24.
Criswick, 240.
Cruls, 136.

Devaux, 153.
Déviation azimutale, 2.
Déviations instrumentales (détermination des), 25.
Déviations instrumentales (formules de correction des), 3, 5, 9, 18.
Division (corrections de), 168, 170.
Division (erreurs de), 164, 186.
Downing, 74.
Dreyer, 243.
Dunkin, 239.
Dyson, 184, 279.

Eastman, 252, 301.
Ébert, 231, 306.
Eichens, 119.
Équation de bissection, 254, 296, 298.
Équation décimale, 254, 284, 290.
Équations personnelles, 239, 243, 271, 273, 275, 283.
Équation personnelle absolue, 242, 250.
Équation personnelle d'appréciation, 240.
Équation personnelle relative, 242, 244.
Équation personnelle (variation de l'), 253, 256, 257, 258, 267, 270.
Équation physiologique, 254.
Équation psycho-physiologique, 254.
Équation rythmique, 254.
Erreurs statiques, 297.
Excentricité, 194.
Excentricité du cercle de lecture, 188, 197.

Fatou, 306.
Fayet, 71, 187.
Fil de déclinaison (inclinaison du), 97, 101, 102, 107.
Fils horizontaux (inclinaison des), 109.
Fil sans collimation, 44.
Finlay, 66.
Flexion astronomique de la lunette, 203.
Flexion de la lunette, 201, 207, 215, 218, 223, 224.
Flexion latérale, 66.
Flint, 266.
Fondamentales (calcul des coordonnées des), 76.
Fuss, 132.

Gaillot, 140.
Gauss, 48, 251.
Gautier, 107, 119.
Gerling, 251.
Gill, 66, 158, 236, 237, 259, 267, 268.
Gonnessiat, 55, 187, 242, 243, 244, 253, 254, 257, 258, 261, 266, 268, 270, 271, 275, 280, 281, 282, 287, 290.
Goujon, 274.
Gould, 205.
Grant, 168.
Grossmann, 109, 289.
Gyldén, 132.

Hall, 81.
Hamy, 22, 102, 153, 158, 236, 281.

Hansen (formule de), 7.
Hansen, 186, 205.
Harkness, 205.
Hartmann, 252, 284.
Hedrick, 262, 264.
Hilfiker, 250, 256.
Hilgard, 252.
Hinks, 262.
Hirsch, 252.
Holden, 55, 162, 185, 261.
Hollis, 305.
Hough (S.), 188, 267.
Houzeau, 223.

Inclinaison (détermination de l'), 25, 31, 33.
Inclinaison du fil de déclinaison, 97, 101, 102, 107.
Inclinaison des fils horizontaux, 109.
Inclinaison (variation secondaire de l'), 66.
Instrument (correction en déclinaison de l'), 83.
Ivory, 117.

Jacoby, 264.

Kaiser, 181, 252.
Khandrikoff, 9.
Kittel, 253.
Kinnebrook, 244.
Knorre, 237.
Krueger, 261, 267.
Kustner, 214, 261, 263, 266.

Lagarde, 20.
Lagrula, 264.
Lamb, 261.
Lambert, 71, 187.
Lamp, 183.
Lancelin, 187, 201, 300.
Laplace, 117, 308.
Laska, 137.
Laugier, 274, 293, 299.
Lehmann-Filhès, 81, 137.
Leitzmann, 289.
Le Morvan, 306.
Le Verrier, 67, 74, 163, 245 273, 295.
Lewitzky, 288.
Lippmann, 306.
Lœwy, 6, 22, 24, 74, 96, 154, 163, 187, 210, 218, 259.
Low, 269.

Marth, 149, 157, 223, 224.
Martins, 181.
Mascart, 306.
Maskelyne, 74, 243, 244.
Maury, 276.
Mauvais, 274, 293.
Maw, 237.
Mayer (formule de), 6, 8.
Mayer, 117.
Meissner, 289.
Micromètre (étude du), 110.
Microscopes (variations des), 199.
Mire (constante de la), 65.
Mire de P. Gautier, 107.
Mire (emploi de la), 60.
Mitchel, 252.
Monlaur, 24.
Mönnichmeyer, 266.

Nadir, 299.
Newcomb, 74, 75, 81, 132, 185, 187, 210, 259, 262, 264.
Newton, 117.
Niveau (division du), 36.
Niveau (examinateur de), 40.
Niveau (réglage du), 34.
Nyrén, 132, 186.

Observatoire de Paris, 124.
Oltramare, 201, 300.

Pape, 183.
Pas (inégalités du), 233.
Peirce, 81, 284.
Pendule (correction de la), 77.
Pendule (état de la), 72.
Perchot, 231.
Périgaud, 68, 92, 154, 163, 167, 170, 208, 210, 217, 218, 224, 301, 302.
Peters, 183, 186.
Philippot, 152.
Picart, 255.
Pidoux, 185, 296.
Pistor, 181.
Plantamour, 252.
Pond, 300.
Porro, 223.
Prazmowski, 251, 293.
Puiseux (V.), 273.

Radau 81, 125, 133, 243.
Rambaut, 162, 183.
Rayet, 93.
Réfraction astronomique, 116, 134.
Réfraction (constante de la), 138.
Réfraction (tables de), 117, 122, 125, 131, 133.
Renan, 96, 110, 187.
Repsold, 119, 205.

Safford, 63, 250, 263, 265, 268, 269.
Saint-Blancat, 170.
Salet, 297, 298, 306.
Schaeberle, 102, 127, 134, 224.
Schur, 300.
Secchi, 223.
Simms, 253.
Simpson, 117.
Stéphan, 170.
Stone, 63, 81, 132, 183, 236.
Stroobant, 242, 255, 270, 280, 288, 290.
Struve, 148.
Suess, 252.

Taylor, 149.
Thackeray, 184, 211, 264, 279, 300.
Tour de la vis d'ascension dr. (valeur du), 95.
Tour de la vis de déclinaison (valeur du), 95.
Tour de la vis du micromètre (valeur du), 88, 89, 93, 96.
Tour de la vis des microscopes (valeur du), 83.
Tour (erreurs périodiques du), 234.
Tour (inégalités du), 234.
Tourillons (étude des), 148.
Tourillons (inégalités des), 143, 144.
Troughton, 253.
Tucker, 262, 264.
Turner, 66, 211, 215, 242, 253, 263, 300.

Updegraff, 163, 261.

Viennet, 281.
Vis (erreur des), 233.
Vis (usure des), 236.

Wanach, 153.
Wislicenus, 243, 253.
Wolf, 170, 197, 241, 243, 244, 252, 254, 257, 263, 268, 271, 275, 277, 297, 304, 305.

Yvon Villarceau, 101, 149, 167, 178, 184, 185, 204, 205, 207, 223, 274, 299.

TABLE SYSTÉMATIQUE DES MATIÈRES

LIVRE III

L'ÉTAT DE L'INSTRUMENT

CHAPITRE I

LES DÉVIATIONS INSTRUMENTALES ET LES FORMULES DE CORRECTION

79. Détermination de l'orientation de l'axe optique 1
80. Formule rigoureuse donnant la valeur de la correction I 3
81. Formules approchées donnant la valeur de la correction I déduites de la formule exacte 5
82. Formules approchées donnant la valeur de la correction I établies directement. 9
83. Influence de l'aberration diurne sur la correction I. . 16
84. Formes définitives de la correction I résultant des déviations instrumentales et de l'aberration diurne. 18
85. Limite d'exactitude de la formule de Bessel 21
86. Procédé pratique pour calculer I 24

CHAPITRE II

LA DÉTERMINATION DES DÉVIATIONS INSTRUMENTALES

87. Détermination de l'inclinaison à l'aide du niveau. . . 25
88. Détermination de l'inclinaison à l'aide du bain de mercure 31

89. Détermination de l'inclinaison à l'aide d'observations de passage directes et réfléchies 33
90. Réglage du niveau à bulle 34
91. Détermination de la valeur des divisions du niveau . . 36
92. Rectification de l'inclinaison de l'axe de rotation . . . 43
93. Définition du fil sans collimation 44
94. Détermination de la collimation par retournement . . 45
95. Détermination de la collimation à l'aide de deux collimateurs 48
96. Détermination de la collimation par des observations de passage 50
97. Détermination de la collimation à l'aide du bain de mercure 52
98. Rectification de la position de l'axe optique 53
99. Détermination de l'azimut de la lunette 55
100. Détermination des constantes m et n de la formule de Bessel. Calcul de α 58
101. Emploi de la mire dans la détermination de l'état de l'instrument 60
102. Correction des ascensions droites des circompolaires déduite des azimuts de mire 63
103. Rectification de l'azimut de la lunette 65
104. Variations secondaires en azimut et en inclinaison. Flexion latérale 66

CHAPITRE III

L'ÉTAT DE LA PENDULE. ASCENSIONS DROITES CONCLUES

105. Les points de repère sur la sphère céleste 72
106. Les catalogues modernes 73
107. Calcul des coordonnées des fondamentales déduites des éphémérides 76
108. Détermination de la correction de la pendule sidérale. Conclusion des observations d'ascension droite . . . 77
109. Précision des observations d'ascension droite 80
110. Comparaison des ascensions droites observées avec les éphémérides 82

CHAPITRE IV

LES CORRECTIONS INSTRUMENTALES EN DÉCLINAISON VALEUR DU TOUR DES VIS HORIZONTALE ET VERTICALE

111. Valeur du tour de vis des microscopes. 83
112. Méthodes pour déterminer la valeur du tour de la vis du micromètre. 88
113. Valeur du tour de la vis d'ascension droite du micromètre par l'observation d'une circompolaire 89
114. Valeur du tour de la vis d'ascension droite du micromètre par l'observation d'étoiles équatoriales. . . . 93
115. Valeur du tour de la vis de déclinaison par l'emploi d'un collimateur, de la mire ou par l'observation d'une circompolaire 93
116. Valeur du tour de la vis de déclinaison par l'observation du nadir. 95
117. Valeur du tour de la vis d'ascension droite déduite de celle du tour de la vis de déclinaison. 95
118. Précautions à prendre dans la détermination du tour de la vis micrométrique 96
119. Détermination par des pointés sur une étoile de l'inclinaison des fils de déclinaison. 97
120. Méthode d'Yvon Villarceau pour la détermination de l'inclinaison du fil de déclinaison. 101
121. Appareil de M. Hamy pour la mesure de l'inclinaison du fil de déclinaison 102
122. Mire à disque mobile de M. P. Gautier pour la mesure de l'inclinaison du fil de déclinaison 107
123. Méthodes de MM. Ambronn et Grossmann pour la détermination de l'inclinaison des fils dits horizontaux. 109
124. Méthode de M. Renan pour l'étude du micromètre d'une lunette méridienne. 110

CHAPITRE V

RÉFRACTION, TABLES EMPLOYÉES, COLLIMATION POLAIRE. DISTANCES POLAIRES CONCLUES

125. Définition de la réfraction astronomique. 116
126. Tables de réfractions astronomiques de V. Caillet . . 117

127. Correction des réfractions moyennes des Tables de Caillet 122
128. Tables de réfraction de Bessel. 125
129. Tables de réfraction de M. L. de Ball. 131
130. Tables de réfraction de M. R. Radau. 133
131. Formules simplifiées pour le calcul des réfractions astronomiques 134
132. Détermination de la constante de la réfraction. . . . 138
133. Collimation polaire. — Conclusion des observations faites en distance polaire 141

LIVRE IV

ERREURS PROVENANT DES IMPERFECTIONS DE CONSTRUCTION ERREURS PERSONNELLES INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE

CHAPITRE I

ERREURS EN ASCENSION DROITE DÉPENDANT DE LA CONSTRUCTION DE L'INSTRUMENT

134. Inégalité des tourillons de l'axe de rotation. 143
135. Étude des tourillons. 148

CHAPITRE II

ERREURS EN DÉCLINAISON DÉPENDANT DE LA CONSTRUCTION DE L'INSTRUMENT

136. Erreurs de division du cercle de lecture. 164
137. Corrections de division. 168
138. Détermination des erreurs de traits. 170
139. Méthode d'élimination des erreurs de Bessel. 184
140. Diverses méthodes de détermination des erreurs de division 186
141. Excentricité du cercle de lecture. 188
142. Élimination de l'excentricité 197

143. Variation des microscopes 199
144. Flexion de la lunette 201
145. Détermination de la flexion par les collimateurs (méthode de Bessel) 207
146. Détermination de la flexion par l'observation d'étoiles directement et par réflexion 215
147. Détermination de la flexion par la méthode de Lœwy (emploi d'un appareil auxiliaire) 218
148. Autres méthodes de détermination de la flexion à l'aide d'appareils auxiliaires 223
149. Détermination de la flexion par la méthode de M. Périgaud 224
150. Vérification de la valeur de la flexion. Déplacement du micromètre 231

CHAPITRE III

ERREURS PROVENANT DES VIS MICROMÉTRIQUES

151. Erreurs des vis 233
152. Détermination des erreurs d'une vis 235
153. Usure des vis micrométriques 236

CHAPITRE IV

ÉQUATIONS PERSONNELLES

154. Définition de l'équation personnelle 239
155. Équation personnelle dans les observations de passages 243
156. Détermination de l'équation personnelle relative de deux observateurs (*méthode de l'œil et de l'oreille et méthode chronographique*) 244
157. Comparaison de la méthode de Bradley (œil et oreille) et de la méthode chronographique (enregistrement électrique) 249
158. Équation personnelle absolue 250
159. Variations de l'équation personnelle avec le temps . . 253
160. Variations de l'équation personnelle avec le grossissement oculaire 256
161. Variations de l'équation personnelle avec la hauteur de l'étoile 257
162. Variations de l'équation personnelle avec la grandeur stellaire 258

163. Variations de l'équation personnelle avec le sens du mouvement apparent 267
164. Variations de l'équation personnelle corrélatives de l'éclairement du champ 270
165. Influence de la position de l'observateur sur la valeur des équations personnelles 271
166. Effet de l'éducation de l'observateur sur la valeur de l'équation personnelle 273
167. Équation personnelle dans les observations des bords d'un astre ayant un diamètre sensible, Soleil, Lune, planètes 275
168. Influence de l'intervalle des battements du parleur. . 283
169. Équation décimale dans les observations à l'œil et à l'oreille 284
170. Généralisation de l'équation décimale 290
171. Equation personnelle dans les pointés avec le fil de déclinaison 292
172. Equation personnelle de bissection 296
173. Influence de l'équation de bissection sur la valeur de la flexion 298
174. Influence de la position de l'observateur sur la valeur observée du nadir 299
175. Discordances entre les observations directes et réfléchies 300
176. Elimination des équations personnelles 304

CONCLUSION

177. Travaux méridiens. Etat actuel de la question des observations méridiennes 307

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE 309
TABLE ALPHABÉTIQUE DES AUTEURS ET DES MATIÈRES 333

OCTAVE DOIN ET FILS, ÉDITEURS, 8, PLACE DE L'ODÉON, PARIS

ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE

Publiée sous la direction du Dr TOULOUSE

Nous avons entrepris la publication, sous la direction générale de son fondateur, le Dr Toulouse, Directeur à l'École des Hautes-Études, d'une ENCYCLOPÉDIE SCIENTIFIQUE de langue française dont on mesurera l'importance à ce fait qu'elle est divisée en 40 sections ou Bibliothèques et qu'elle comprendra environ 1000 volumes. Elle se propose de rivaliser avec les plus grandes encyclopédies étrangères et même de les dépasser, tout à la fois par le caractère nettement scientifique et la clarté de ses exposés, par l'ordre logique de ses divisions et par son unité, enfin par ses vastes dimensions et sa forme pratique.

I

PLAN GÉNÉRAL DE L'ENCYCLOPÉDIE

Mode de publication. — L'*Encyclopédie* se composera de monographies scientifiques, classées méthodiquement et formant dans leur enchaînement un exposé de toute la science. Organisée sur un plan systématique, cette Encyclopédie, tout en évitant les inconvénients des Traités, — massifs, d'un prix global élevé, difficiles à consulter, — et les inconvénients des Dictionnaires, — où les articles scindés irrationnellement, simples chapitres alphabétiques, sont toujours nécessairement incomplets, — réunira les avantages des uns et des autres.

Du Traité, l'*Encyclopédie* gardera la supériorité que possède

un ensemble complet, bien divisé et fournissant sur chaque science tous les enseignements et tous les renseignements qu'on en réclame. Du Dictionnaire, l'*Encyclopédie* gardera les facilités de recherches par le moyen d'une table générale, l'*Index de l'Encyclopédie*, qui paraîtra dès la publication d'un certain nombre de volumes et sera réimprimé périodiquement. L'*Index* renverra le lecteur aux différents volumes et aux pages où se trouvent traités les divers points d'une question.

Les éditions successives de chaque volume permettront de suivre toujours de près les progrès de la science. Et c'est par là que s'affirme la supériorité de ce mode de publication sur tout autre. Alors que, sous sa masse compacte, un traité, un dictionnaire ne peut être réédité et renouvelé que dans sa totalité et qu'à d'assez longs intervalles, inconvénients graves qu'atténuent mal des suppléments et des appendices, l'*Encyclopédie scientifique*, au contraire, pourra toujours rajeunir les parties qui ne seraient plus au courant des derniers travaux importants. Il est évident, par exemple, que si des livres d'algèbre ou d'acoustique physique peuvent garder leur valeur pendant de nombreuses années, les ouvrages exposant les sciences en formation, comme la chimie physique, la psychologie ou les technologies industrielles, doivent nécessairement être remaniés à des intervalles plus courts.

Le lecteur appréciera la souplesse de publication de cette *Encyclopédie*, toujours vivante, qui s'élargira au fur et à mesure des besoins dans le large cadre tracé dès le début, mais qui constituera toujours, dans son ensemble, un traité complet de la Science, dans chacune de ses sections un traité complet d'une science, et dans chacun de ses livres une monographie complète. Il pourra ainsi n'acheter que telle ou telle section de l'*Encyclopédie*, sûr de n'avoir pas des parties dépareillées d'un tout.

L'*Encyclopédie* demandera plusieurs années pour être achevée ; car pour avoir des expositions bien faites, elle a pris ses collaborateurs plutôt parmi les savants que parmi les professionnels de la rédaction scientifique que l'on retrouve généralement dans les œuvres similaires. Or les savants écrivent peu et lentement : et il est préférable de laisser temporairement sans attribution certains ouvrages plutôt que de les confier à des auteurs insuffisants. Mais cette lenteur et ces vides ne présenteront pas d'in-

convénients, puisque chaque livre est une œuvre indépendante et que tous les volumes publiés sont à tout moment réunis par l'*Index de l'Encyclopédie*. On peut donc encore considérer l'Encyclopédie comme une librairie, où les livres soigneusement choisis, au lieu de représenter le hasard d'une production individuelle, obéiraient à un plan arrêté d'avance, de manière qu'il n'y ait ni lacune dans les parties ingrates, ni double emploi dans les parties très cultivées.

Caractère scientifique des ouvrages. — Actuellement, les livres de science se divisent en deux classes bien distinctes : les livres destinés aux savants spécialisés, le plus souvent incompréhensibles pour tous les autres, faute de rappeler au début des chapitres les connaissances nécessaires, et surtout faute de définir les nombreux termes techniques incessamment forgés, ces derniers rendant un mémoire d'une science particulière inintelligible à un savant qui en a abandonné l'étude durant quelques années ; et ensuite les livres écrits pour le grand public, qui sont sans profit pour des savants et même pour des personnes d'une certaine culture intellectuelle.

L'*Encyclopédie scientifique* a l'ambition de s'adresser au public le plus large. Le savant spécialisé est assuré de rencontrer dans les volumes de sa partie une mise au point très exacte de l'état actuel des questions ; car chaque Bibliothèque, par ses techniques et ses monographies, est d'abord faite avec le plus grand soin pour servir d'instrument d'études et de recherches à ceux qui cultivent la science particulière qu'elle représente, et sa devise pourrait être : *Par les savants, pour les savants.* Quelques-uns de ces livres seront même, par leur caractère didactique, destinés à devenir des ouvrages classiques et à servir aux études de l'enseignement secondaire ou supérieur. Mais, d'autre part, le lecteur non spécialisé est certain de trouver, toutes les fois que cela sera nécessaire, au seuil de la section, — dans un ou plusieurs volumes de généralités, — et au seuil du volume, — dans un chapitre particulier, — des données qui formeront une véritable introduction le mettant à même de poursuivre avec profit sa lecture. Un vocabulaire technique, placé, quand il y aura lieu, à la fin du volume, lui permettra de connaître toujours le sens des mots spéciaux.

II

ORGANISATION SCIENTIFIQUE

Par son organisation scientifique, l'*Encyclopédie* paraît devoir offrir aux lecteurs les meilleures garanties de compétence. Elle est divisée en Sections ou Bibliothèques, à la tête desquelles sont placés des savants professionnels spécialisés dans chaque ordre de sciences et en pleine force de production, qui, d'accord avec le Directeur général, établissent les divisions des matières, choisissent les collaborateurs et acceptent les manuscrits. Le même esprit se manifestera partout : éclectisme et respect de toutes les opinions logiques, subordination des théories aux données de l'expérience, soumission à une discipline rationnelle stricte ainsi qu'aux règles d'une exposition méthodique et claire. De la sorte, le lecteur, qui aura été intéressé par les ouvrages d'une section dont il sera l'abonné régulier, sera amené à consulter avec confiance les livres des autres sections dont il aura besoin, puisqu'il sera assuré de trouver partout la même pensée et les mêmes garanties. Actuellement, en effet, il est, hors de sa spécialité, sans moyen pratique de juger de la compétence réelle des auteurs.

Pour mieux apprécier les tendances variées du travail scientifique adapté à des fins spéciales, l'*Encyclopédie* a sollicité, pour la direction de chaque Bibliothèque, le concours d'un savant placé dans le centre même des études du ressort. Elle a pu ainsi réunir des représentants des principaux Corps savants, Établissements d'enseignement et de recherches de langue française :

Institut.
Académie de Médecine.

Collège de France.
Muséum d'Histoire naturelle.
École des Hautes-Études.
Sorbonne et École normale.
Facultés des Sciences.
Facultés des Lettres.
Facultés de Médecine.
Instituts Pasteur.
École des Ponts et Chaussées.
École des Mines.
École Polytechnique.

Conservatoire des Arts et Métiers.
École d'Anthropologie.
Institut National agronomique.
École vétérinaire d'Alfort.
École supérieure d'Électricité.
École de Chimie industrielle de Lyon.
École des Beaux-Arts.
École des Sciences politiques.

Observatoire de Paris.
Hôpitaux de Paris.

III

BUT DE L'ENCYCLOPÉDIE

Au XVIII[e] siècle, « l'Encyclopédie » a marqué un magnifique mouvement de la pensée vers la critique rationnelle. A cette époque, une telle manifestation devait avoir un caractère philosophique. Aujourd'hui, l'heure est venue de renouveler ce grand effort de critique, mais dans une direction strictement scientifique; c'est là le but de la nouvelle *Encyclopédie*.

Ainsi la science pourra lutter avec la littérature pour la direction des esprits cultivés, qui, au sortir des écoles, ne demandent guère de conseils qu'aux œuvres d'imagination et à des encyclopédies où la science a une place restreinte, tout à fait hors de proportion avec son importance. Le moment est favorable à cette tentative ; car les nouvelles générations sont plus instruites dans l'ordre scientifique que les précédentes. D'autre part, la science est devenue, par sa complexité et par les corrélations de ses parties, une matière qu'il n'est plus possible d'exposer sans la collaboration de tous les spécialistes, unis là comme le sont les producteurs dans tous les départements de l'activité économique contemporaine.

A un autre point de vue, l'*Encyclopédie*, embrassant toutes les manifestations scientifiques, servira comme tout inventaire à mettre au jour les lacunes, les champs encore en friche ou abandonnés, — ce qui expliquera la lenteur avec laquelle certaines sections se développeront, — et suscitera peut-être les travaux nécessaires. Si ce résultat est atteint, elle sera fière d'y avoir contribué.

Elle apporte en outre une classification des sciences et, par ses divisions, une tentative de mesure, une limitation de chaque domaine. Dans son ensemble, elle cherchera à refléter exactement le prodigieux effort scientifique du commencement de ce siècle et un moment de sa pensée, en sorte que dans l'avenir elle reste le document principal où l'on puisse retrouver et consulter le témoignage de cette époque intellectuelle.

On peut voir aisément que l'*Encyclopédie* ainsi conçue, ainsi réalisée, aura sa place dans toutes les bibliothèques publiques, universitaires et scolaires, dans les laboratoires, entre les mains

des savants, des industriels et de tous les hommes instruits qui veulent se tenir au courant des progrès, dans la partie qu'ils cultivent eux-mêmes ou dans tout le domaine scientifique. Elle fera jurisprudence, ce qui lui dicte le devoir d'impartialité qu'elle aura à remplir.

Il n'est plus possible de vivre dans la société moderne en ignorant les diverses formes de cette activité intellectuelle qui révolutionne les conditions de la vie ; et l'interdépendance de la science ne permet plus aux savants de rester cantonnés, spécialisés dans un étroit domaine. Il leur faut, — et cela leur est souvent difficile, — se mettre au courant des recherches voisines. A tous, l'*Encyclopédie* offre un instrument unique dont la portée scientifique et sociale ne peut échapper à personne.

IV

CLASSIFICATION DES MATIÈRES SCIENTIFIQUES

La division de l'*Encyclopédie* en Bibliothèques a rendu nécessaire l'adoption d'une classification des sciences, où se manifeste nécessairement un certain arbitraire, étant donné que les sciences se distinguent beaucoup moins par les différences de leurs objets que par les divergences des aperçus et des habitudes de notre esprit. Il se produit en pratique des interpénétrations réciproques entre leurs domaines, en sorte que, si l'on donnait à chacun l'étendue à laquelle il peut se croire en droit de prétendre, il envahirait tous les territoires voisins ; une limitation assez stricte est nécessitée par le fait même de la juxtaposition de plusieurs sciences.

Le plan choisi, sans viser à constituer une synthèse philosophique des sciences, qui ne pourrait être que subjective, a tendu pourtant à échapper dans la mesure du possible aux habitudes traditionnelles d'esprit, particulièrement à la routine didactique, et à s'inspirer de principes rationnels.

Il y a deux grandes divisions dans le plan général de l'*Encyclopédie :* d'un côté, les sciences pures, et, de l'autre, toutes les technologies qui correspondent à ces sciences dans la sphère des applications. A part et au début, une Bibliothèque d'introduc-

tion générale est consacrée à la philosophie des sciences (histoire des idées directrices, logique et méthodologie).

Les sciences pures et appliquées présentent en outre une division générale en sciences du monde inorganique et en sciences biologiques. Dans ces deux grandes catégories, l'ordre est celui de particularité croissante, qui marche parallèlement à une rigueur décroissante. Dans les sciences biologiques pures enfin, un groupe de sciences s'est trouvé mis à part, en tant qu'elles s'occupent moins de dégager des lois générales et abstraites que de fournir des monographies d'êtres concrets, depuis la paléontologie jusqu'à l'anthropologie et l'ethnographie.

Étant donnés les principes rationnels qui ont dirigé cette classification, il n'y a pas lieu de s'étonner de voir apparaître des groupements relativement nouveaux, une biologie générale, — une physiologie et une pathologie végétales, distinctes aussi bien de la botanique que de l'agriculture, — une chimie physique, etc.

En revanche, des groupements hétérogènes se disloquent pour que leurs parties puissent prendre place dans les disciplines auxquelles elles doivent revenir. La géographie, par exemple, retourne à la géologie, et il y a des géographies botanique, zoologique, anthropologique, économique, qui sont étudiées dans la botanique, la zoologie, l'anthropologie, les sciences économiques.

Les sciences médicales, immense juxtaposition de tendances très diverses, unies par une tradition utilitaire, se désagrègent en des sciences ou des techniques précises ; la pathologie, science de lois, se distingue de la thérapeutique ou de l'hygiène, qui ne sont que les applications des données générales fournies par les sciences pures, et à ce titre mises à leur place rationnelle.

Enfin, il a paru bon de renoncer à l'anthropocentrisme qui exigeait une physiologie humaine, une anatomie humaine, une embryologie humaine, une psychologie humaine. L'homme est intégré dans la série animale dont il est un aboutissant. Et ainsi, son organisation, ses fonctions, son développement, s'éclairent de toute l'évolution antérieure et préparent l'étude des formes plus complexes des groupements organiques qui sont offerts par l'étude des sociétés.

On peut voir que, malgré la prédominance de la préoccupation pratique dans ce classement des Bibliothèques de l'*Encyclopédie scientifique,* le souci de situer rationnellement les sciences dans leurs rapports réciproques n'a pas été négligé. Enfin il est à peine besoin d'ajouter que cet ordre n'implique nullement une hiérarchie, ni dans l'importance ni dans les difficultés des diverses sciences. Certaines, qui sont placées dans la technologie, sont d'une complexité extrême, et leurs recherches peuvent figurer parmi les plus ardues.

Prix de la publication. — Les volumes, illustrés pour la plupart, seront publiés dans le format in-18 jésus et cartonnés. De dimensions commodes, ils auront 400 pages environ, ce qui représente une matière suffisante pour une monographie ayant un objet défini et important, établie du reste selon l'économie du projet qui saura éviter l'émiettement des sujets d'exposition. Le prix étant fixé uniformément à 5 francs, c'est un réel progrès dans les conditions de publication des ouvrages scientifiques, qui, dans certaines spécialités, coûtent encore si cher.

TABLE DES BIBLIOTHÈQUES

DIRECTEUR : Dr TOULOUSE, Directeur de Laboratoire à l'École des Hautes Études.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL : H. PIÉRON, agrégé de l'Université.

DIRECTEURS DES BIBLIOTHÈQUES :

1. *Philosophie des Sciences.* P. PAINLEVÉ, de l'Institut, professeur à la Sorbonne.

I. SCIENCES PURES

A. Sciences mathématiques :

2. *Mathématiques* . . . J. DRACH, professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse.
3. *Mécanique* . . . . . J. DRACH, professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse.

B. Sciences inorganiques :

4. *Physique.* . . . . . A. LEDUC, professeur adjoint de physique à la Sorbonne.
5. *Chimie physique.* . . J. PERRIN, chargé de cours à la Sorbonne.
6. *Chimie* . . . . . A. PICTET, professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Genève.
7. *Astronomie et Physique céleste.* . . . . . J. MASCART, astronome adjoint à l'Observatoire de Paris.
8. *Météorologie* . . . . B. BRUNHES, professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Clermont-Ferrand, directeur de l'Observatoire du Puy-de-Dôme.
9. *Minéralogie et Pétrographie* . . . . . A. LACROIX, de l'Institut, professeur au Muséum d'Histoire naturelle.
10. *Géologie* . . . . . M. BOULE, professeur au Muséum d'Histoire naturelle.

11. *Océanographie physique.* . . . . . J. RICHARD, directeur du Musée Océanographique de Monaco.

C. Sciences biologiques normatives :

12. *Biologie.*
- A. *Biologie générale.* — M. CAULLERY, professeur de zoologie à la Sorbonne.
- B. *Océanographie biologique.* — J. RICHARD, directeur du Musée Océanographique de Monaco.

13. *Physique biologique.* . — A. IMBERT, professeur à la Faculté de Médecine de l'Université de Montpellier.

14. *Chimie biologique* . . — G. BERTRAND, professeur de chimie biologique à la Sorbonne, chef de service à l'Institut Pasteur.

15. *Physiologie et Pathologie végétales* . . . — L. MANGIN, de l'Institut, professeur au Muséum d'Histoire naturelle.

16. *Physiologie.* . . . . — J.-P. LANGLOIS, professeur agrégé à la Faculté de Médecine de Paris.

17. *Psychologie.* . . . . — E. TOULOUSE, directeur de Laboratoire à l'École des Hautes Études, médecin en chef de l'asile de Villejuif.

18. *Sociologie* . . . . . — G. RICHARD, professeur à la Faculté des Lettres de l'Université de Bordeaux.

---

19. *Microbiologie et Parasitologie* . . . . . — A. CALMETTE, professeur à la Faculté de Médecine de l'Université, directeur de l'Institut Pasteur de Lille; et F. BEZANÇON, professeur agrégé à la Faculté de Médecine de Paris, médecin des Hôpitaux.

20. *Pathologie.*
- A. *Pathologie médicale.* — M. KLIPPEL, médecin des Hôpitaux de Paris.
- B. *Neurologie.* — E. TOULOUSE, directeur de Laboratoire à l'École des Hautes Études, médecin en chef de l'asile de Villejuif.
- C. *Path. chirurgicale.* — L. PICQUÉ, chirurgien des Hôpitaux de Paris.

D. Sciences biologiques descriptives :

21. *Paléontologie* . . . . — M. BOULE, professeur au Muséum d'Histoire naturelle.

22. *Botanique.*
- A. *Généralités phanérogames.* — H. Lecomte, professeur au Muséum d'Histoire naturelle.
- B. *Cryptogames.* . . — L. Mangin, de l'Institut, professeur au Muséum d'Histoire naturelle.

23. *Zoologie* . . . . . G. Loisel, directeur de Laboratoire à l'École des Hautes Études.

24. *Anatomie et Embryologie* . . . . . G. Loisel, directeur de Laboratoire à l'École des Hautes Études.

25. *Anthropologie et Ethnographie* . . . . . G. Papillault, directeur adjoint du Laboratoire d'Anthropologie à l'École des Hautes-Études, professeur à l'École d'Anthropologie.

26. *Économie politique* . . D. Bellet, secrétaire perpétuel de la Société d'Économie politique, professeur à l'École des Sciences politiques.

II. Sciences appliquées

A. Sciences mathématiques :

27. *Mathématiques appliquées* . . . . . M. d'Ocagne, professeur à l'École des Ponts et Chaussées, répétiteur à l'École Polytechnique.

28. *Mécanique appliquée et génie* . . . . . M. d'Ocagne, professeur à l'École des Ponts et Chaussées, répétiteur à l'École Polytechnique.

B. Sciences inorganiques :

29. *Industries physiques* . H. Chaumat, sous-directeur de l'École supérieure d'Électricité de Paris.

30. *Photographie* . . . . A. Seyewetz, sous-directeur de l'École de Chimie industrielle de Lyon.

31. *Industries chimiques.* . J. Derôme, professeur agrégé de physique au collège Chaptal, inspecteur des Établissements classés.

32. *Géologie et minéralogie appliquées* . . . . L. Cayeux, professeur à l'Institut national agronomique, professeur de géologie à l'École des Mines.

33. *Construction* . . . . J. Pillet, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers et à l'École des Beaux-Arts.

C. Sciences biologiques :

34. *Industries biologiques.*	G. Bertrand, professeur de chimie biologique à la Sorbonne, chef de service à l'Institut Pasteur.
35. *Botanique appliquée et agriculture*	H. Lecomte, professeur au Muséum d'Histoire naturelle.
36. *Zoologie appliquée* . .	J. Pellegrin, assistant au Muséum d'Histoire naturelle.
37. *Thérapeutique générale et pharmacologie.* .	G. Pouchet, membre de l'Académie de médecine, professeur à la Faculté de Médecine de l'Université de Paris.
38. *Hygiène et médecine publiques*	A. Calmette, professeur à la Faculté de Médecine de l'Université, directeur de l'Institut Pasteur de Lille.
39. *Psychologie appliquée.*	E. Toulouse, directeur de Laboratoire à l'École des Hautes Études, médecin en chef de l'asile de Villejuif.
40. *Sociologie appliquée.* .	Th. Ruyssen, professeur à la Faculté des Lettres de l'Université de Bordeaux.

M. Albert Maire, bibliothécaire à la Sorbonne, est chargé de l'*Index* de l'Encyclopédie scientifique.

33668. — Tours, impr. Mame.

105350

As Boquet, F.
B Les observations méridiennes. Tome 2.

DATE. | NAME OF BORROWER.

UNIVERSITY OF TORONTO
LIBRARY

DO NOT
REMOVE
THE
CARD
FROM
THIS
POCKET